UNTERSUCHUNGEN ZUR AUSLÖSUNG GESPEICHERTER ENERGIE IN METASTABILEN SYSTEMEN

Reaktionskinetik von IR-stimulierten Leuchtprozessen
an ZnO(Cu)
und fachdidaktische Begründung des
Basiskonzepts „Stabilität"

Reinhard Kammermayer

1979

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41535715_0031

UNTERSUCHUNGEN ZUR AUSLÖSUNG GESPEICHERTER ENERGIE IN METASTABILEN SYSTEMEN

Reaktionskinetik von IR-stimulierten Leuchtprozessen an ZnO(Cu) und fachdidaktische Begründung des Basiskonzepts " Stabilität "

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Reinhard Kammermayer

München
3.4.1979

1. Berichterstatter : Prof. Dr.K.Luchner

2. Berichterstatter : Prof. Dr.J.Brandmüller

Tag der mündlichen Prüfung : 18.Juli 1979

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

DISSERTATIONS– UND FOTODRUCK FRANK
8 München 2, Gabelsbergerstraße 15, Tel. 2 8 0 9 0 9 0

Inhaltsverzeichnis

		Seite
1	Zusammenfassung	1
2	Fachwissenschaftlicher Teil	4
2.1	Einleitung	4
2.2	Experimentelle Durchführung	7
2.2.1	Meßapparatur	7
2.2.2	Meßverfahren	10
2.3	Experimentelle Daten von ZnO	17
2.3.1	Allgemeine Eigenschaften	17
2.3.2	Verwendete Kristalle	18
2.4	Experimentelle Ergebnisse	19
2.4.1	Abklingkurven und Quantenausbeute nach gepulster UV-Anregung	19
2.4.1.1	Abklingkurven von ZnO 1 bei T = 5 K in spektraler Zerlegung	19
2.4.1.2	Vergleichsmessungen an ZnO 2	21
2.4.1.3	Temperaturabhängigkeit der Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 2	24
2.4.1.4	Temperaturabhängigkeit der relativen Quantenausbeute von ZnO 1 und ZnO 2 nach gepulster UV-Anregung	32
2.4.1.5	Abklingkurven von ZnO 4 nach gepulster UV-Anregung	35
2.4.2	Abklingkurven und Quantenausbeute nach gepulster IR-Anregung (Stimulation)	39
2.4.2.1	Abklingverhalten von ZnO 1 nach gepulster IR-Einstrahlung	39
2.4.2.2	IR-Abklingkurven der verschieden stark dotierten Kristalle ZnO 2 bis ZnO 5	44
2.4.2.3	Quantenausbeutemessungen an ZnO 1 und ZnO 2	48

2.5 Zusammenfassung der wesentlichen Meßergebnisse 54

2.6 Diskussion - Modifiziertes Lumineszenzmodell für ZnO(Cu) 56

3 Fachdidaktischer Teil 67

3.1 Aufgabenfeld der Fachdidaktik der Physik 67

3.2 Zielsetzung des fachdidaktischen Teils 69

3.3 Modelle und Konzepte 73

3.4 Thesen zum fachdidaktischen Abschnitt 79

3.5 Allgemeine Diskussion über das Stabilitätsverhalten von Systemen 80

3.5.1 Stabilitätskriterien 85

3.5.1.1 Naive Stabilitätskriterien 85

3.5.1.2 Stabilitätsdefinition nach Ljapunow 86

3.5.1.3 Stabilitätsdefinition nach Cap (System: Plasma) 94

3.5.1.4 Stabilitätsdefinition für thermodynamische Systeme 95

3.5.2 Diskussion metastabiler Systeme 97

3.5.2.1 Einfaches mechanisches Modell (qualitativ) 97

3.5.2.2 Quantitative Beschreibung eines mechanischen Modells (spezielles Potential) 101

3.5.2.3 Quantitative, approximative Beschreibung eines Systems mit allgemeinem Potential 104

3.5.3 Anwendungsbeispiele 106

3.5.3.1 Stabilitätsverhalten von Systemen bei Variation der Systemgröße 106

3.5.3.2 Stabilitätsverhalten von Systemen bei Variation des Systemparameters 110

3.5.4 Fachdidaktische Analyse des Stabilitätsbegriffes 119

3.5.4.1 Zusammenfassende Bemerkungen zum Stabilitätsverhalten von Systemen und fachdidaktische Auswertung 119

3.5.4.2 Anwendung auf ein mechanisches System 125

3.6 Vorschlag für eine Unterrichtseinheit bzw.
Kollegstufenarbeit im Physik-Leistungs- bzw.
-Grundkurs zum Thema: "Stabilität von Systemen" 126

Literaturverzeichnis

1 Zusammenfassung

Zinkoxid, dotiert mit Kupfer, ist ein nach UV-Anregung grün fluoreszierender Leuchtstoff. Die spektrale Verteilung dieser Fluoreszenz besteht aus Exzitonenemission, Bandkantenemission und einer breiten Emissionsbande mit Phononenstruktur, die der Rekombination eines Loches mit einem angeregten Kupferzentrum zugeordnet wird / 1 /; dieselbe Emissionsbande erkennt man bei Glowkurven. Das Kupferzentrum im unangeregten, n-leitenden ZnO-Kristall kann als $Cu^{++}(3d^9)$ oder $Cu^{+}(3d^{10})$ je nach Lage des Ferminiveaus vorliegen, wobei Fremddotierungen, beispielsweise durch den Donator Indium, das Ferminiveau beeinflussen. Leitfähigkeits- und Halleffektmessungen ergaben eine Bindungsenergie für ein Elektron an Cu^{++} zu 190 meV / 2 /. Die für die Rekombination notwendigen Löcher können thermisch oder durch Einstrahlung von langwelligem Infrarot ins Valenzband angehoben werden. Wittwer stellte durch Leitfähigkeits- und IR-Stimulationsmessungen (d.i.: IR-Einstrahlung nach vorheriger UV-Anregung) fest / 3 /, daß mit Infrarot von Wellenlängen kürzer als 5 μm Löcher aus Löcherhaftstellen mit thermischer Bindungsenergie von ungefähr 170 meV ins Valenzband angehoben werden können.
Ein Ziel dieser Arbeit ist, die Reaktionskinetik des Lumineszenzzentrums in ZnO (Cu) genauer zu untersuchen, nachdem gerade dieser Prozeß in bisherigen Arbeiten ausgeklammert wurde. Die hier durchgeführten Messungen mit Hilfe der Koinzidenztechnik mit Einzelphotonenzählung lassen Schlüsse auf die Lebensdauer des für die grüne Lumineszenz verantwortlichen Cu^{+}-Zentrums zu. Ferner wird die Quantenausbeute der grünen Emission bei UV-Einstrahlung bzw. bei IR-Einstrahlung nach vorheriger UV-Anregung (sogenannte IR-Stimulation) diskutiert. Vergleichende Rechnungen ergeben die Möglichkeit, Retrappingkonstanten und Löcherdiffusionszeiten abzuschätzen.

Dabei zeigt sich, daß sich ZnO(Cu) als Detektor für langwelliges Infrarot besonders im Bereich von 2,5 μm bis 5 μm eignet, insbesondere auch deshalb, da einzelne IR-Quanten detektiert werden können; im Gegensatz dazu konnte IR-Strahlung bisher nur integral nachgewiesen werden.

Die Quantenausbeute η (Anzahl emittierter Quanten/ Anzahl absorbierter Quanten) variierte bei Einstrahlung von Infrarot der Wellenlänge 0,9 μm auf UV-angeregte Kristalle bei Heliumtemperatur zwischen 5×10^{-4} und 10^{-3} je nach Kristalldotierung. Die Kristalle wurden hierbei weitgehend von IR-Hintergrundstrahlung abgeschirmt ($I < 10^{6}$ Quanten $cm^{-2}s^{-1}$). Die Zeitkonstante für die Emission liegt in der Größenordnung von 10^{-7}s , diese Werte hängen jedoch ebenfalls in komplizierter Weise von der Kristalltemperatur und der Kristalldotierung ab.

Eine Deutung der Meßergebnisse wird mit Hilfe eines modifizierten Modells versucht, das im wesentlichen folgende Eigenschaften hat:
Löchertraps werden als angeregte Zustände eines auf Zwischengitterplatz befindlichen Sauerstoffions O_i^- gedeutet. Löcher werden hieraus thermisch oder durch Einstrahlung von Infrarot ins Valenzband angehoben. Nach einem Diffusionsprozeß, der durch Korrelation von Leitfähigkeits- und IR-Stimulationsmessungen und durch eine beobachtete zeitliche Verschiebung des Emissionsmaximums nahegelegt wird, können sie vom Cu-Rekombinationszentrum eingefangen werden. Die relativ langen Diffusionszeiten (10^{-8}s) können als Retrappingprozesse in flachen Haftstellen und nachfolgender thermischer Reemission verstanden werden.

Je nach Temperatur und Dotierung des Kristalls können sich verschiedene wasserstoffähnliche Niveaus des Rekombinationszentrums ausbilden. Bei tiefen Temperaturen greift insbesondere ein flaches Zwischenniveau mit der bestimmenden langen Lebensdauer von ungefähr 400 ns in die Kinetik ein. Bei höheren Temperaturen können freie Löcher nur noch über tiefere, kurzlebige Niveaus mit Abklingzeiten in der Größenordnung von Nanosekunden am Cu^+ rekombinieren. Zudem nehmen bei höheren Temperaturen die strahlungslosen Rekombinationsprozesse erheblich zu. Hiermit kann die gemessene Temperaturabhängigkeit der Abklingzeit und der Quantenausbeute des Leuchtzentrums erklärt werden.

Analog zu der hier diskutierten Wechselwirkung von Quanten des elektromagnetischen Strahlungsfeldes mit Störstellen, kann man auch nach der Wechselwirkung von Quanten eines elastischen Feldes mit Störstellen fragen; diesen Problemen des Phononennachweises über Leuchtprozesse in Phosphoren wird nach Vorarbeiten von Riehl / 4 / in einer Arbeit von Pickelmann / 5 / nachgegangen.

Der fachdidaktische Teil dieser Arbeit stellt einen Versuch dar, die Prozesse "Energiespeicherung" und "Energieabruf", die hier speziell am System ZnO(Cu) näher studiert wurden, auf ihre allgemeine Bedeutung hin zu analysieren. Da man versucht, wesentliche Aussagen unserer Naturbeschreibung auf elementarer Basis durch sogenannte Basiskonzepte zu klassifizieren (z.B. "Teilchenkonzept", "Wechselwirkungskonzept", "Erhaltungskonzept"), liegt der Gedanke nahe, auch die "Stabilität von Systemen" als solches Basiskonzept zu sehen.
Die Stabilität eines Systems wird als eine Systemdimension erkannt, die zu seiner Charakterisierung wesentlich beiträgt. Zudem eröffnet das Konzept die Möglichkeit, verschiedenste Systeme aus allen Teildisziplinen der Physik unter dem gemeinsamen Aspekt "Stabilität" zu diskutieren (Aspektcharakter der Physik).

2 Fachwissenschaftlicher Teil

2.1 Einleitung

Zinkoxid gehört bei passender Dotierung zur Gruppe lumineszenzfähiger II-VI Phosphore mit einer grünen, phononenstrukturierten Leuchtbande mit einem Maximum bei 500 nm nach UV-Anregung. Zudem ist eine UV-Bande bei etwa 390 nm beobachtbar. Zinkoxid besitzt Wurtzitstruktur und zeichnet sich unter den II-VI Verbindungen durch den kleinsten Gitterabstand nächster Nachbarn ($d(Zn^{++}\text{-}O^{--}) = 1{,}98$ Å) und den größten Anteil an ionischer Bindung (64 %) aus / 6 /.

Im realen, n-leitenden ZnO-Kristall (bedingt durch Verunreinigungen) können sich folgende, bisher untersuchte Fehlstellen ergeben, die als Donatoren, Akzeptoren, Traps und Rekombinationszentren wirksam werden:

- Sauerstofflücken, die mit einem oder zwei Elektronen besetzt sein können, sind als Donatoren bekannt / 7 /.
- Sauerstoffionen auf Zwischengitterplätzen O_i^- / 8 /-Konfiguration $(1s^2)(2s^2)(2p^5)$ - dienen als Löcherhaftstellen. Die ungeladene Konfiguration mit $2p^4$ kann nach Messungen von K. Hoffmann und D. Hahn / 9 / ausgeschlossen werden.
- Kupfer auf Zinkgitterplätzen dient nach bisheriger Kenntnis als Rekombinationszentrum für die grüne Lumineszenz. Es liegt je nach Lage des Ferminiveaus als $Cu^{++}(3d^9)$ oder als $Cu^{+}(3d^{10})$ vor, wobei letztere Konfiguration von Mollwo / 10 / als Akzeptor ermittelt wurde. Das angeregte Loch ist an das Cu^+ im Bereich der vier umgebenden Sauerstoffatome schwach gebunden und rekombiniert anschließend leuchtend. Für die Lebensdauer der grünen Lumineszenz wurden von Dingle / 1 / und Skettrup / 11 / Werte von 440 ns bzw. 158 ns angegeben. Kupfer liegt in fast jedem Zinkoxidkristall bereits als natürliche Verunreinigung in der Größenordnung von $10^{15}/cm^3$ Kupfer vor / 12 /.
- Indiumatome, die durch Dotierung als Donatoren ($E < 30$ meV) eingebaut werden, regulieren die Lage des Ferminiveaus.

- Li wirkt als Akzeptor und ist Rekombinationszentrum für die gelbe Lumineszenz in einem von Baur / 13 / nachgewiesenen Donator-Akzeptor-Übergang.

Weitere Fehlstellen bzw. Verunreinigungen wie Li oder Ga werden nicht näher beschrieben, da sie für die weitere Diskussion der grünen Lumineszenz nicht von Bedeutung sind. Der Li-Akzeptor wird als (unerwünschte) Verunreinigung erwähnt, da sich in allen Proben die gelbe Lumineszenz in der Glowkurve zeigte; die Glowkurven werden zwar zur Bestimmung der energetischen Tiefe der Haftstellen herangezogen, die Donator-Akzeptor-Übergänge sind jedoch nicht durch die Einstrahlung von Infrarot manipulierbar.

In folgender Tabelle 1 sei die energetische Lage der Haftstellen angeführt, die thermisch und teilweise optisch durch Einstrahlung von IR-Energie bestimmt werden kann / 3 / .

Elektronenhaftstellen-Donatoren	Thermische Energietiefe	Meßmethode
In^{+++}	20 meV ∓ 5	Leitfähigkeit
O^{--}Lücke mit 1 Elektron	200 meV ∓ 50	Leitfähigkeit
O^{--}Lücke mit 2 Elektronen	24 meV	Leitfähigkeit
unbekannt	30 meV, 100 meV 73 meV, 110 meV 220 meV.	Glowkurve
Löcherhaftstellen-Akzeptoren		
Cu^{++}	190 meV (LB)	Leitfähigkeit Halleffekt
Li^{+}	500-550 meV (VB)	Glowkurve, ESR
unbekannt	100-120 meV	Glowkurve
unbekannt	14 meV, 32 meV, 160 meV.	Glowkurve[+]

Tab. 1

[+]Die Werte konnten durch Kontrolle mit IR-Stimulationsmessung bestätigt werden (optische Bestimmung der Haftstellentiefe).

Die Unterscheidung zwischen Elektronen- und Löcherhaftstellen kann nach Wittwer aufgrund des Spektrums der entsprechenden Glowpeaks getroffen werden, da die aus Traps befreiten Löcher zu grüner, die aus Traps befreiten Elektronen hingegen zu gelber Lumineszenz führen.

Die Abschätzung der Haftstellentiefen aufgrund von thermischen und IR-stimulierten Prozessen weichen voneinander ab, da bei der Einstrahlung von IR das Gitter polarisiert zurückbleibt, bei thermischer Stimulation die Ladung und das Gitter jedoch im thermischen Gleichgewicht bleiben. Näherungsrechnungen ergeben $E_{opt} \approx 1,5 \cdot E_{therm}$.

H a u p t z i e l dieser Arbeit ist, die Kinetik des grünen Leuchtprozesses zu studieren. Gerade diese Problematik wurde in bisherigen Arbeiten ausgeklammert.
Aus vergleichenden Messungen der IR-stimulierten Emission und IR-stimulierten Leitfähigkeit liegt die Vermutung nahe, daß die Löcher durch IR-Strahlung in das Valenzband angehoben werden, dort als freie Löcher existieren, vom Rekombinationszentrum eingefangen werden und dann leuchtend rekombinieren. Der Emissionsprozeß sollte daher von der Anregungsart der Löcher unabhängig sein. Zur Stützung dieser Annahme wurde die Emission in Abhängigkeit der Anregungsart untersucht. Die Messungen von Wittwer / 3 / deuten darauf hin, daß die Intensität des emittierten Lichtes $I \propto (N_{Cu^+}) \cdot (N_L)$; (N_{Cu^+} bzw. N_L bedeuten die Konzentrationen der Cu^+-Zentren bzw. freien Löcher). Die von Wittwer beschriebenen Nachfülleffekte des Rekombinationszentrums konnten bei den hier durchgeführten Messungen vernachlässigt werden, da die Anregungsintensitäten weit unter den stationären Werten von Wittwer lagen.

Für den grünen Rekombinationsprozeß ergeben sich folgende offene Fragen:

- Wie groß ist die Lebensdauer der von Cu^+-Zentren eingefangenen Löcher? Erfolgt das Einfangen der Löcher direkt am Cu^+-Zentrum oder an einem Zwischenniveau?
- Welche Diffusionszeiten ergeben sich für die freien Löcher im Valenzband?

- Ist die Lebensdauer der grünen Lumineszenz von der Anregungsart abhängig?
- Welche Temperaturabhängigkeit zeigt die Lebensdauer der grünen Lumineszenz? Ist die Lebensdauer dotierungsabhängig?
- Wie groß ist die Quantenausbeute bei der grünen Lumineszenz nach UV-Anregung bzw. durch IR-Stimulierung? Wie hängt sie von der Temperatur ab?
- Gibt es eine Erklärung für die sogenannte negative Glowkurve (bei ZnO(Cu) stellt man fest, daß bei weiterer Abkühlung eines bei 77 K UV-angeregten Kristalls bei gleichzeitiger IR-Einstrahlung eine vorübergehende Zunahme der Leuchtintensität gegeben ist)?
- Wie groß sind Retrappingfaktoren (bzw. Einfangquerschnitte) der Zentren?

Gerade diese Fragen sollen in den nachfolgenden Kapiteln ausführlicher diskutiert werden. Außerdem soll versucht werden, die Diskrepanz von Meßergebnissen der Abklingzeiten der grünen Lumineszenz, von denen in verschiedenen Arbeiten berichtet wird / 1, 11 /, aufzuklären.

Die Messungen ergeben ferner, daß ZnO(Cu) gerade im IR-Wellenlängenintervall von 2,5 - 5 μm als IR-Detektor verwendet werden kann, weil dessen Quantenausbeute gerade wegen der Möglichkeit der Einzelquantendetektion brauchbare Werte ergibt.

2.2 Experimentelle Durchführung

2.2.1 Meßapparatur

In dieser Arbeit wird die Abhängigkeit der Quantenausbeute der grünen Lumineszenz von der Dotierung, von der Temperatur und die Lebensdauer dieses Lumineszenzzentrums untersucht. Hierzu ist ein Kryostat mit folgenden Eigenschaften notwendig:

- Abkühlbarkeit des Probentellers und damit des Kristalls bis auf die Temperatur des flüssigen Heliums.

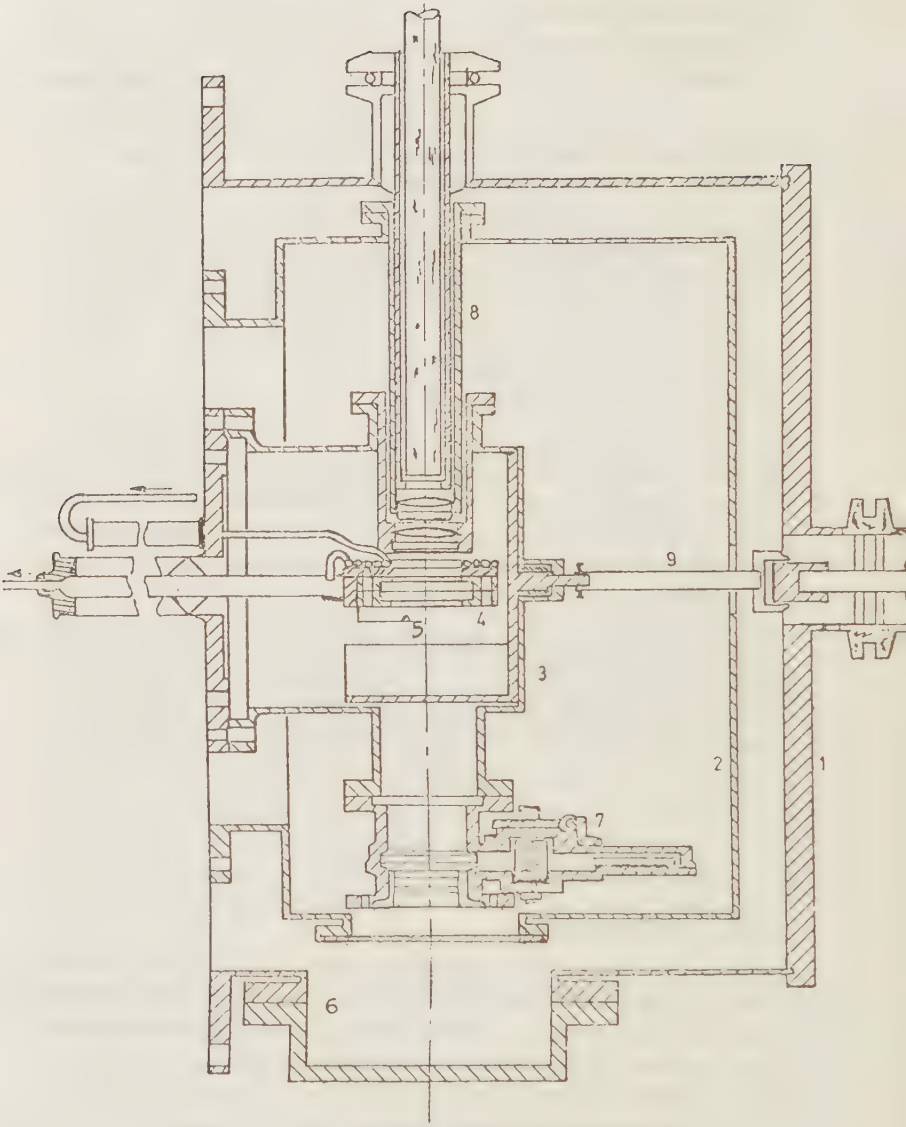


Abb. 1 a Längsschnitt durch den Kryostaten
(Die Einzelteile werden auf der nächsten Seite erläutert.)

(1) Außenmantel des Kryostaten (2) Stickstoffschild
(3) Heliumschild (vergoldet) (4) Probenhalterung
(5) IR-Lumineszenzdiode (6) Zusätzliche Abschirmung gegen IR
(7) Auf Heliumtemperatur gekühltes IR-Interferenzverlaufsfilter (für Vergleichs- und Eichmessungen)
(8) Beobachtungsstutzen für sichtbares Licht (optische Eingänge durch KG 3-Filter gegen IR-Einstrahlung geschützt)
(9) Mechanischer Schieber zum Verschließen des IR-Einganges
(10) Optischer Eingang für zusätzliche Beobachtung
(11) Optischer Eingang für UV-Anregung
(12) Antrieb des IR-Filters.

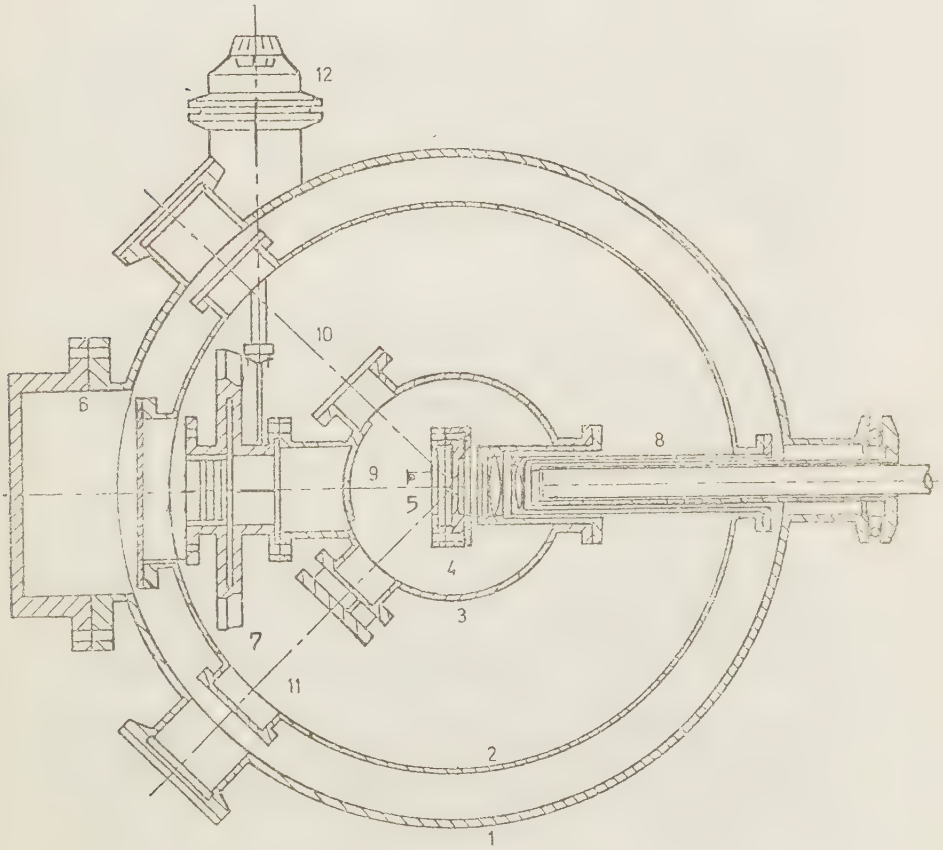


Abb. 1 b Querschnitt durch den Kryostaten

- Einstellbarkeit der Temperatur des Probentellers auf jeden gewünschten Wert zwischen der Temperatur des Heliums und Raumtemperatur.
- Erniedrigung der Umgebungstemperatur des Probentellers auf $T < 20$ K unabhängig von der Temperatur des Probentellers, um etwaige IR-Hintergrundstrahlungseffekte (Leerung der flachen Traps) auszuschalten.
  (Die vom Probenteller emittierte IR-Strahlung ist vernachlässigbar).

All diesen Forderungen wird der benutzte Heliumkryostat gerecht, dessen besondere Eigenschaften bereits in früheren Arbeiten beschrieben wurden / 3, 14 / (Abb. 1a, 1b).

Um zudem zu verhindern, daß IR-Strahlung durch die optischen Fenster des Kryostaten auf den Kristall trifft, wurden diese durch IR-undurchlässige, gekühlte KG3-Filter der Fa. Schott abgedichtet. Eine Umgebungstemperatur von 300 K hätte auf der Probe eine Quantenflußdichte von ungefähr 10^{16} Photonen/cm^2s im Bereich von 5 - 30 μm zur Folge. Durch obige Maßnahmen konnte das IR-Streulicht um einen Faktor 10^{10} vermindert werden.

Die IR-Strahlung zur Stimulation wurde durch Lumineszenzdioden (λ_{Max} = 0,9 μm) erzeugt, welche unmittelbar vor dem Kristall montiert waren. Sie konnten mit Pulsen von einer Halbwertsbreite < 20 ns betrieben werden (Quantenflußdichte $10^{16}/cm^2s$).

2.2.2 Meßverfahren

Im Vordergrund dieser Arbeit standen Lebensdauer- und Quantenausbeutemessungen mit Hilfe der Koinzidenztechnik mit Einzelphotonenzählung. Auf die Besonderheiten dieser Technik und mögliche Fehlerquellen wird kurz hingewiesen.

Im Prinzip werden zwei Arten von Abklingkurven aufgenommen, nämlich Abklingkurven nach UV-Pulsanregung und Abklingkurven bereits vorher UV-angeregter Kristalle nach gepulster IR-Einstrahlung ("Stimulation").

Zunächst sei kurz das Prinzip der Aufnahme der UV-Abklingkurven erläutert. Der Kristall wird mit Hilfe eines Nanosekundenlichtpulsers (Ortec Model 9352; Pulsbreite: 2 ns bis zur halben Amplitude; ungefähr 10^7 Photonen pro Puls; Blitzrate: 4 x 10^4 Lichtpulse/s) mit UV-Pulsen beleuchtet, deren Spektrum in Abb. 2 dargestellt ist.

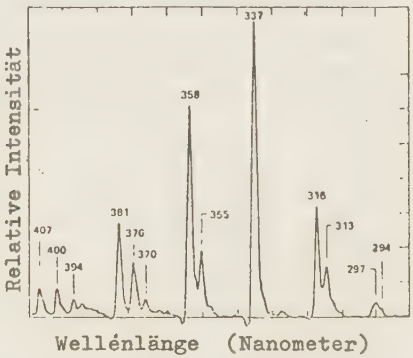


Abb. 2 Typisches Spektrum des Lichtblitzes in Luft

Gleichzeitig liefert der Lichtpulser durch ein Pick-off ein normiertes Startsignal für den Zeitamplitudenkonverter (ZAK) (Ortec 437; Zeitauflösung: 0,01 % des gewählten Zeitbereichs). Vom Phosphor nachfolgend emittierte Photonen gelangen zur Kathode des Photomultipliers EMI 6256S. Der Photomultiplier wird in Einzelphotonenzählung betrieben / 15 /.

Die Multiplierimpulse sind zur direkten Eingabe in den Zeitamplitudenkonverter nicht geeignet, da sie dessen Eingangsstufe nicht angepaßt sind; deshalb werden sie zur Ansteuerung des ZAK in kurze, negative Einheitspulse verwandelt. Zur Unterdrückung der Rauschimpulse wird eine Diskriminatorschwelle angesetzt. Impulse, die diese Schwelle überschreiten, triggern die Einheitspulse nach der Constant-Fraction-Timing Methode (CFT), wodurch die beste Zeitauflösung garantiert wird. Die Einheitspulse legen nun den zeitlichen Stop des ZAK fest. Der ZAK arbeitet also nach dem Start-Stop-Prinzip und wandelt die Zeitdifferenz zwischen Eintreffen des Start-

bzw. Stopimpulses in eine der Zeitdifferenz proportionale Impulsamplitude um, falls ein Stopimpuls innerhalb der Konversionszeit eintrifft. Dieses Signal wird an einen Vielkanalanalysator VKA (Fa. Frieseke & Höpfner 403A) weitergegeben. Das Blockschaltbild für die Elektronik für UV-Anregung ist in Abb. 3 wiedergegeben.

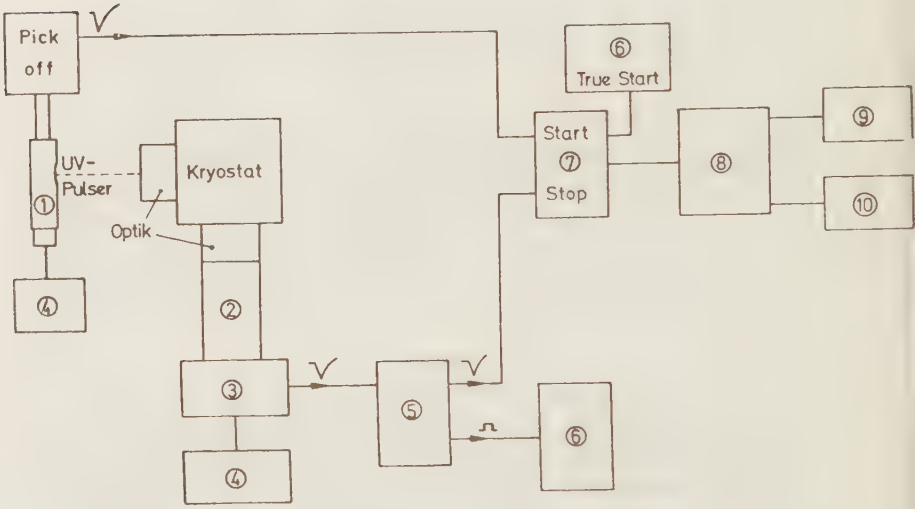
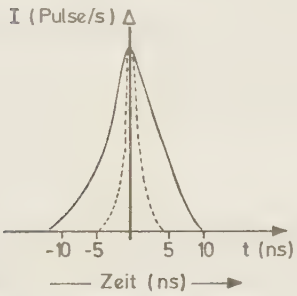


Abb. 3 Blockschaltbild der Photon-Photon-Koinzidenzelektronik für UV-Anregung

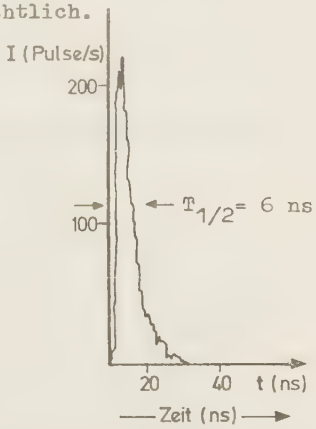
(1) Nanosekundenlichtpulser (2) Photomultiplier EMI 6256S (3) Spannungsteiler (4) Hochspannungsgerät (5) Constant-Fraction-Time CFT (6) Zähler (7) Zeitamplitudenkonverter (8) Vielkanalanalysator (9) Schreiber (10) Drucker.

Das Zeitauflösungsvermögen der Koinzidenzelektronik kann mit Hilfe des vom Nanosekundenpulser emittierten, normierten UV-Pulses getestet werden. Die Breite des Koinzidenzpeaks, der durch Koinzidenzen des Startsignals und des nachfolgenden Stopsignals am Photomultiplier entsteht, ist ein Maß für das Zeitauflösungsvermögen. Die beschriebene Elektronik führt infolge von Laufzeitschwankungen der Dynoden zu einer Verschmierung der prompten Ereignisse. Der prompte Peak des vom Nanosekundenpulser emittierten Lichtes kann durch eine Gaußkurve genähert werden. Die Halbwertsbreite ergibt sich zu $T_{1/2} < 8$ ns. Diese direkt mit dem Photomultiplier aufgenommene Kurve ist in Abb. 4 ersichtlich.



-------- vorgegebener UV-Puls laut Katalogangabe

——— mit Koinzidenzelektronik aufgezeichneter UV-Puls



Schreiberdiagramm des mit Koinzidenzelektronik aufgenommenen UV-Pulses

Abb. 4 Form des UV-Pulses

Der bei den IR-Abklingkurven verwendete IR-Puls kann ebenfalls direkt mit dem Photomultiplier aufgenommen werden, da er bei 0,9 µm noch schwach detektiert.

Vergleicht man den optisch registrierten, mit der angegebenen Elektronik verarbeiteten Puls mit dem elektrisch auf die Diode gegebenen Spannungspuls, so stellt man nur eine geringfügige Verbreiterung fest ($T_{1/2} < 20$ ns).

Die oftmalige Wiederholung des anregenden UV- bzw. IR-Start-Pulses liefert nun eine Verteilungsfunktion der Stop-Pulse und damit eine Aussage über das Zeitverhalten der Lumineszenz-übergänge. Dabei wird nicht die wahre Intensität I(t) gespeichert, sondern eine Meßkurve P(t), die durch Faltung von I(t) mit der in der Abb. 4 angegebenen "Apparatefunktion"g(t) entsteht.

$$(1) \qquad P(t) = \int_0^t g(t - t')\, I(t')dt'$$

Nähert man die Apparatefunktion durch eine Gaußkurve an, so erhält man:

$$(2) \qquad g(t) \propto \exp(-at^2); \quad a = \ln 2/(x_{1/2})^2;$$

$x_{1/2}$: Halbwertsbreite

Nach Fouriertransformation ergibt sich :

$$(3) \qquad P_\omega = I_\omega \cdot g_\omega ;$$

Für $I(t) \propto \exp(-bt)$ erhält man:

$$(4) \qquad P(t) = k \cdot \exp(-bt)\exp(b^2/4a);$$

Somit gilt:

$$(5) \qquad P(t) = k'\exp(-bt).$$

Die Abklingkonstante b einer Exponentialfunktion wird also exakt wiedergegeben.
Für Zeiten $t \gg x_{1/2}$ kann überdies $g(t) = \delta(t)$ gesetzt werden. Hiermit erhält man als Meßergebnis direkt

$$P(t) = I(t).$$

Bei den Abklingmessungen nach IR-Einstrahlung kommt die gleiche Meßtechnik zur Anwendung (Abb. 5). Im Unterschied zu den UV-Messungen wird hier das Startsignal direkt vom Spannungsgeber (Philips, PM 5770) für die IR-Diode abgezweigt. Als Stopsignal fungieren wieder die vom Photomultiplier detektierten Photonen.

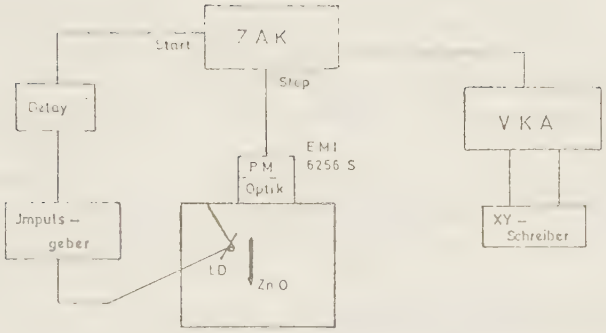


Abb. 5 Blockschaltbild der Koinzidenzelektronik für IR-Abklingmessungen
(ZAK: Zeitamplitudenkonverter; VAK: Vielkanalanalysator; LD: IR-Lumineszenzdiode)

Mögliche Fehler bei dieser Meßmethode sind statistischer Natur (zufällige Koinzidenzen) oder solche, die durch den sogenannten Pile-up-Effekt entstehen / 16, 17 /.

Bei dem durch statistische Schwankungen entstehenden Fehler sind N zufällige Koinzidenzen pro Kanal im Vielkanalanalysator mit einem Fehler von $\sqrt{N}$ behaftet. Die zufälligen Koinzidenzen treten bei den Messungen als störender Untergrund auf. Sie werden z.B. durch Phosphoreszenzphotonen ausgelöst und sind somit zeitlich mit dem Startimpuls nicht korreliert, treten aber zeitlich innerhalb der Konversionszeit t_c auf. Es gilt:

(6) $N_{zuf} = Z_s \cdot Z_{ph} \cdot t_c$;

(7) $Z_k = N_{zuf} + N_k$;

$N_k \propto N_s$; $N_k = c_1 N_s$;

N_{zuf}: zufällige Koinzidenzen

Z_s : Startrate

Z_{ph} : Zählrate des in Einzelphotonenzählung betriebenen Photomultipliers

N_k : Zahl echter Koinzidenzen

(8) $Z_{ph} = c_2 \cdot N_s + N_o$;

$Z_s = c_3 \cdot N_s$;

N_k / N_{zuf} : "Signal-Rausch-verhältnis"

(9) $$N_k / N_{zuf} = \frac{c_1 \cdot N_s}{Z_s \, (c_2 N_s + N_o) \cdot t_c}$$

Z_k : Koinzidenzzählrate

N_s : Auf den Kristall treffende UV- bzw. IR-Quanten

N_{ph}: Zahl der vom Phosphor emittierten Photonen

N_o : Nachleuchtintensität des Kristalls.

Hieraus ergeben sich folgende Grenzfälle:

- $N_o \gg N_s$:
  Bei starkem Nachleuchten des Phosphors gilt also $N_k / N_{zuf} \propto 1 / N_o$.

- $N_s \gg N_o$:
  Der Kristall sei unangeregt bzw. das Nachleuchten ist vor IR-Einstrahlung stark abgeklungen, dann gilt: $N_k / N_{zuf} \propto 1 / (t_c \cdot Z_s)$.

Aus diesen Abschätzungen sind für die Messungen folgende Konsequenzen zu ziehen:

- Das Produkt der korrelierten Größen t_c und Z_s wurde < 1 gewählt, um ein möglichst günstiges "Signal-Rausch-verhältnis" zu erhalten. Die Startquote wurde der eingestellten Konversionszeit angepaßt.

- Bei den Abklingmessungen nach UV-Anregung und IR-Einstrahlung (Stimulation) wurde mit der Messung solange gewartet, bis die Phosphoreszenz weitgehend abgeklungen war.

Bei den Abklingkurven, die auf einer 400-Kanal-Meßkurve basieren, tritt dieser Fehler nicht in Erscheinung, da bei der Mittelwertbildung (nach der Least-Square-Fit-Methode) über mehrere Kanäle die Schwankung ebenso oft nach oben wie nach unten vom Mittelwert abweicht.
Im folgenden Abschnitt sei noch kurz der Pile-Up-Effekt erläutert, der bei Nichtbeachtung eine Beeinflussung der Meßkurven ergeben könnte.

Bei dem beschriebenen Koinzidenzverfahren wird nach dem Startimpuls immer nur das erste detektierte Photon registriert (Stopimpuls), die späteren aber nicht mehr. Werden nach einem Startimpuls also viele Photonen detektiert, so gibt die Statistik der Stopimpulse ein stark verzerrtes Bild der Photonenstatistik.
Dieser Effekt kann jedoch weitestgehend ausgeschaltet werden, wenn die Photonenrate und damit die Stoprate viel kleiner ist als die Startrate. Eine Abschätzung macht diesen Zusammenhang deutlich:

$q(t)$: Wahrscheinlichkeit, daß in der Zeit $0 \leq t' \leq t$ ein Photon auftritt

$p(t)$: Wahrscheinlichkeit, daß ein eintreffendes Photon noch eine Koinzidenz auslösen kann

(10) $p(t) = 1 - q(t) \geq 1 - q(t_c)$; $q(t_c) = Z_k / Z_s$;

(11) $p(t) \geq 1 - Z_k / Z_s$;

Sollte $p(t) > r$ in $0 \leq t \leq t_c$ sein, so muß $Z_k / Z_s < 1 - r$ gewählt werden.

Die Meßanordnung muß deshalb so eingerichtet werden, daß $Z_k / Z_s < 1 - r$; $(100(1 - r)$ ergibt die Meßgenauigkeit in %) wird. Dies ergibt eine untere Grenze für die erforderliche Startquote.
Bei den durchgeführten Messungen wurde besonders darauf geachtet, daß Z_s den geforderten Bedingungen genügte.

2.3 Experimentelle Daten von ZnO

2.3.1 Allgemeine Eigenschaften

Hier seien kurz die im folgenden noch benötigten Größen zusammengestellt / 3, 6, 18, 26 /:

Bandabstand bei 300 K : $E_g = 3{,}2$ eV
Bandabstand bei 4 K : $E_g = 3{,}3$ eV
Der Bandübergang ist direkt.
$\varepsilon_o = 8{,}15$; $\varepsilon_\infty = 4$;
Molekulargewicht: 81,38

Dichte : 5,7 g/cm^3
Effektive Masse der Löcher : $m^* = 0{,}44\ m_e$
Phononenenergien: LO = 72 meV; TO = 51 meV
Valenzbandzustandsdichte: $N_v = 4{,}83 \times 10^{15} x (m_h T/m_e)^{3/2}$.

2.3.2 Verwendete Kristalle

Die Versuche wurden an verschieden dotierten ZnO-Einkristallen durchgeführt. Sie stammten aus der Züchtung von Dr. Helbig vom Institut für angewandte Physik an der Universität Erlangen und wurden mir von Dr. Wittwer überlassen. Einige der Kristalle wurden nachträglich mit Cu und In im sogenannten Box-Diffusionsverfahren definiert nachdotiert / 19, 20 /. Einige spezielle Daten seien in Tab. 2 zusammengefaßt (mehrere Werte wurden aus / 3, 27 / entnommen).

Kristallnummer	Dotierung	Anzahl flacher Haftstellen +
ZnO 1	10^{18}cm^{-3} Cu	4×10^{15}cm^{-3}
ZnO 2	10^{19}cm^{-3} Cu 3×10^{18}cm^{-3} In	$1{,}5 \times 10^{15}$cm^{-3}
ZnO 3	2×10^{19}cm^{-3} Cu 5×10^{18}cm^{-3} In	5×10^{11}cm^{-3}
ZnO 4	10^{17}cm^{-3} Cu	$< 10^{11}$cm^{-3} ++
ZnO 5	$1{,}8 \times 10^{18}$cm^{-3} Cu	$1{,}5 \times 10^{14}$cm^{-3}

Tab. 2

+ Die Werte wurden aus Glowkurvenmessungen abgeschätzt. Sie stellen jedenfalls eine untere Grenze für die Haftstellenkonzentration dar, da die durch nichtleuchtende Prozesse verlorengehenden Ladungsträger in der Abschätzung nicht auftauchen. Zudem kann bei dem von zwei Konzentrationen abhängigen Prozeß immer nur die Minderheit bestimmt werden.

++ Dieser Kristall besitzt einen Zn-Überschuß, dies stört den Bandkantenbereich und verhindert die Bildung flacher Löcherhaftstellen.

2.4 Experimentelle Ergebnisse

2.4.1 Abklingkurven und Quantenausbeute nach gepulster UV-Anregung

Der erste Komplex von Messungen ist darauf ausgerichtet, Informationen über das Abklingverhalten der grünen Lumineszenz im Bereich von 20 ns bis 1000 ns und die Quantenausbeute des Rekombinationszentrums in ZnO(Cu) nach gepulster UV-Anregung zu erhalten. Etwaige prompte Lichtemission (< 2 ns aufgrund von Exzitonenemission / 18 /) und lange Phosphoreszenzkomponenten ($> 1\,\mu s$ / 21 /) werden nicht betrachtet.

Zunächst galt es, eine in der Literatur auftauchende Diskrepanz für die Lebensdauer des grünen Lumineszenzzentrums zu untersuchen. So berichten Dingle / 1 / und Skettrup / 11 / unabhängig voneinander von Lebensdauern von 440 ns bzw. 158 ns bei Heliumtemperatur. Die bisher unvollständigen Informationen über das UV-erregte Abklingverhalten von ZnO-Kristallen seien im folgenden Abschnitt ergänzt. Eine Erklärung für die beschriebene Diskrepanz bisheriger Meßwerte wird angeboten.

2.4.1.1 Abklingkurven von ZnO 1 bei T = 5 K in spektraler Zerlegung

Abb. 6 zeigt die Abklingkurven von ZnO 1 nach gepulster UV-Anregung. Aus dem Spektrum des Lichtblitzes wurde die Hauptlinie bei 358 nm ausgefiltert, die zur Band-Band-Anregung ausreicht. Der Zeitnullpunkt konnte mit Hilfe des vom UV-Pulser direkt auf den Photomultiplier treffende Licht bestimmt werden. Bei den eigentlichen Messungen wurde mit Hilfe von schmalbandigen Interferenzfiltern sichergestellt, daß kein UV-Licht direkt auf die Kathode des Photomultipliers traf. Durch den Wechsel dieser Filter, deren Transmissionsmaximum bei 461 nm, 514 nm, 533 nm, 567 nm lag, konnte die Lebensdauer der grünen Emissionsbande spektral aufgelöst werden. Die Abklingkurven wurden mit einer Zeitauflösung von 8 ns ermittelt.
Dem Diagramm können folgende Informationen entnommen werden:

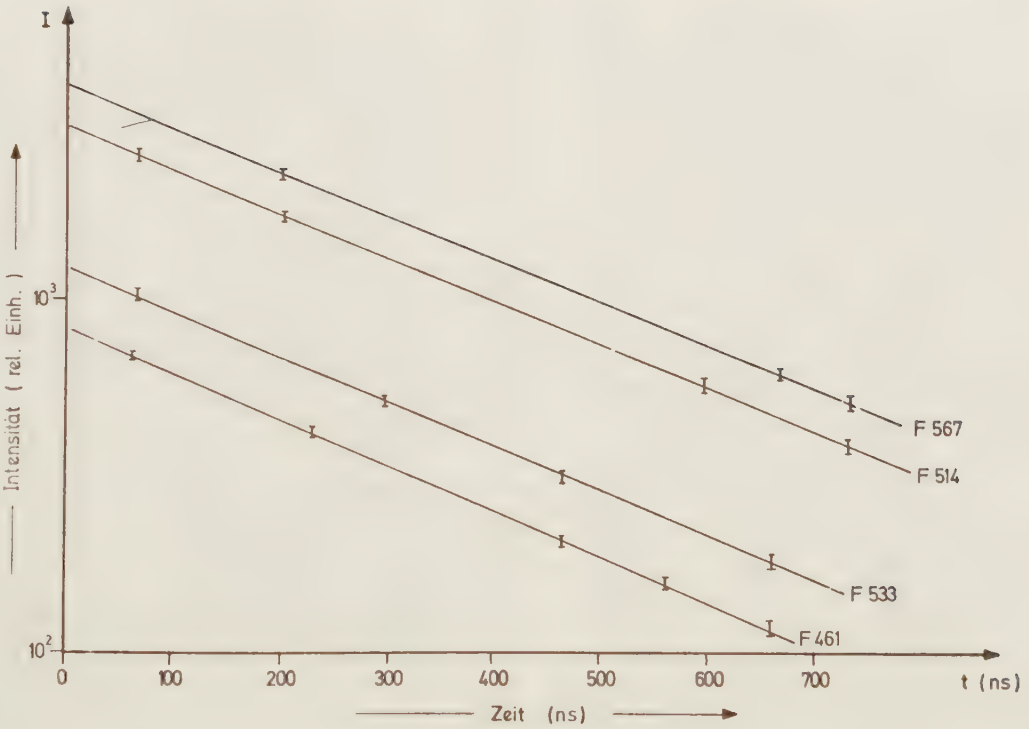


Abb. 6 Spektrale Auflösung der UV-Abklingkurven für ZnO 1 bei T = 5 K.

(1) Die Lumineszenzintensität setzt mit dem UV-Puls ohne meßbare zeitliche Verzögerung ein.

(2) In der halblogarithmischen Darstellung sind die Meßkurven im Bereich von 10^{-9} bis 10^{-6}s durch Geraden approximierbar. Die Zerfallskurven folgen demgemäß einer Exponentialfunktion. Dies erlaubt, dem Rekombinationszentrum unmittelbar eine Lebensdauer τ zuzuordnen.

(3) Vergleicht man die spektral aufgelösten Zerfallskurven des emittierten Lichtes, so sind diese in der gewählten, halblogarithmischen Darstellung innerhalb der Meßgenauigkeit parallel; eine spektrale Abhängigkeit der Lebensdauer ist somit nicht erkennbar.

(4) Die Abklingkurven ergeben für ZnO 1 eine Halbwertszeit $T_{1/2}$ = 250 ns, hieraus ergibt sich eine Lebensdauer τ(ZnO 1) = 360 ns.

2.4.1.2 Vergleichsmessungen an ZnO 2

Die einleitend erwähnte Diskrepanz der Meßwerte von Dingle und Skettrup wird in einer Abhängigkeit der Lebensdauer des Zentrums von der Dotierung vermutet, da eine spektrale Abhängigkeit auszuschalten ist. Deshalb werden weitere Messungen an verschieden stark dotierten Kristallen vorgenommen, zunächst an ZnO 2.
In Abb. 7 werden die Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 2 bei T = 5 K, deren Intensitäten auf 1 normiert wurden, verglichen. Als Ergänzung sind die Glowkurven für ZnO 1 und ZnO 2 in Abb. 8 angegeben.

In den Diagrammen fallen folgende wesentliche Eigenschaften auf:

(1) Die Lumineszenzintensität setzt bei ZnO 2 ebenfalls mit dem UV-Puls ohne meßbare zeitliche Verzögerung ein.

(2) Die Abklingkurve für ZnO 2 kann im Bereich von 10^{-8}s bis 10^{-6}s durch eine Exponentialfunktion angenähert werden; die hierzu innerhalb der Meßgenauigkeit bestimmbare Lebensdauer beträgt 300 ns und ist somit deutlich kleiner als jene für ZnO 1.

(3) Für den Kristall ZnO 2 ist ebenfalls eine spektrale Abhängigkeit der Lebensdauer des Rekombinationszentrums nicht feststellbar.

(4) Beide Kristalle, ZnO 1 und ZnO 2, besitzen viele flache Haftstellen, wie aus den Glowkurven zu ersehen ist, wenngleich das Haftstellenspektrum nicht identisch ist.

Hier deutet sich bereits ein Zusammenhang zwischen den verschiedenen Kristallstörungen, die entweder zu Rekombinationszentren oder zu Haftstellen führen, an. Können sich in einem Kristall flache Löcherhaftstellen ausbilden, so sollte dies auch für die Rekombinationszentren gelten. Es liegt die Vermutung nahe, daß energetisch verschieden tiefe Rekombinationszentren auch verschiedene Lebensdauern haben. Besonders deutlich müßte dies in der Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer zutage treten; Messungen dieser Art werden im nächsten Abschnitt beschrieben.

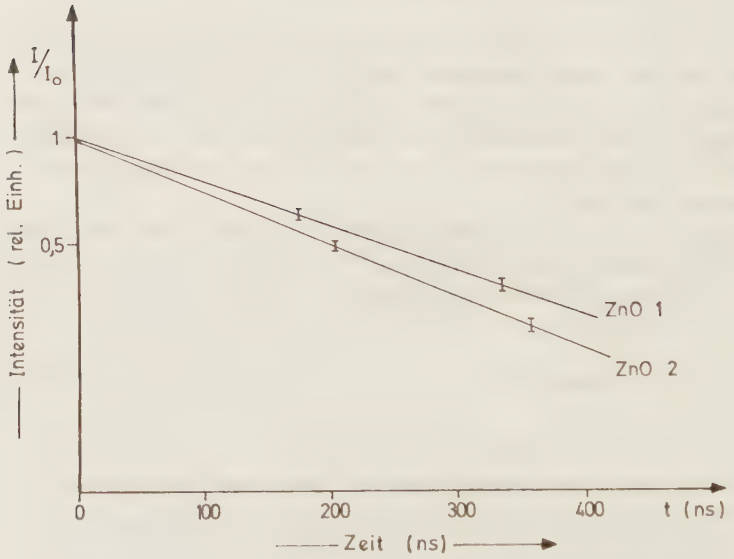


Abb. 7 UV-Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 2 bei T = 5 K.

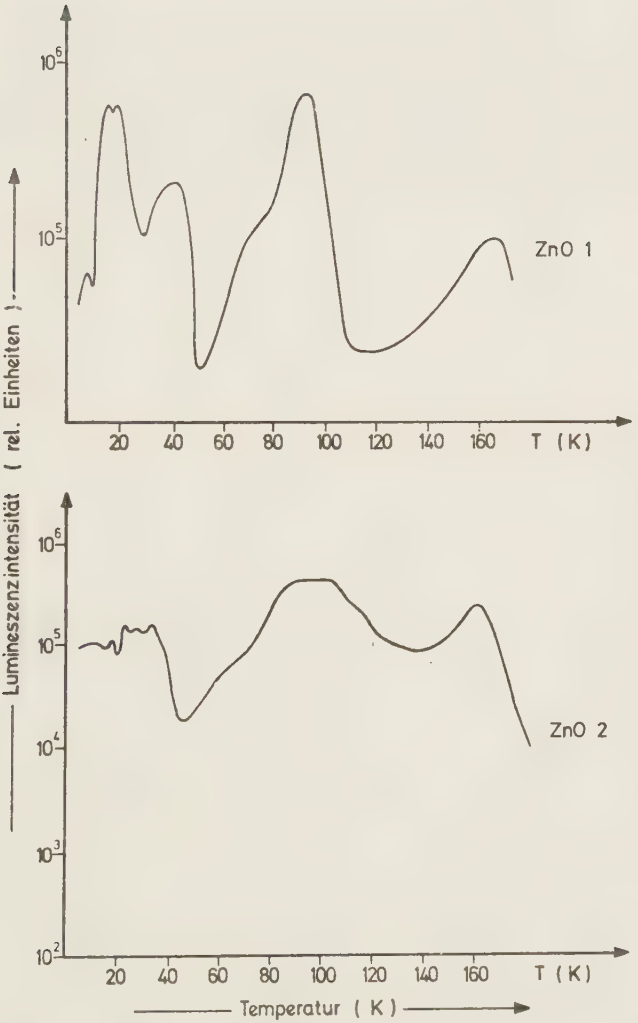


Abb. 8 Glowkurven für die Kristalle ZnO 1 und ZnO 2 (Lineare Aufheizgeschwindigkeit 3K/Min)

2.4.1.3 Temperaturabhängigkeit der Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 2

In den hier beschriebenen Versuchsreihen wurde die Temperatur der Kristalle verändert und an bestimmten Temperaturpunkten mit Hilfe einer Automatik konstant gehalten (hierzu wird flüssiges Helium durch ein Röhrchensystem an der Rückseite des Probentellers gepumpt und dann gegengeheizt). Insbesondere wird durch die gegebene Anordnung verhindert, daß zusätzliche Effekte durch IR-Hintergrundstrahlung ausgelöst werden.

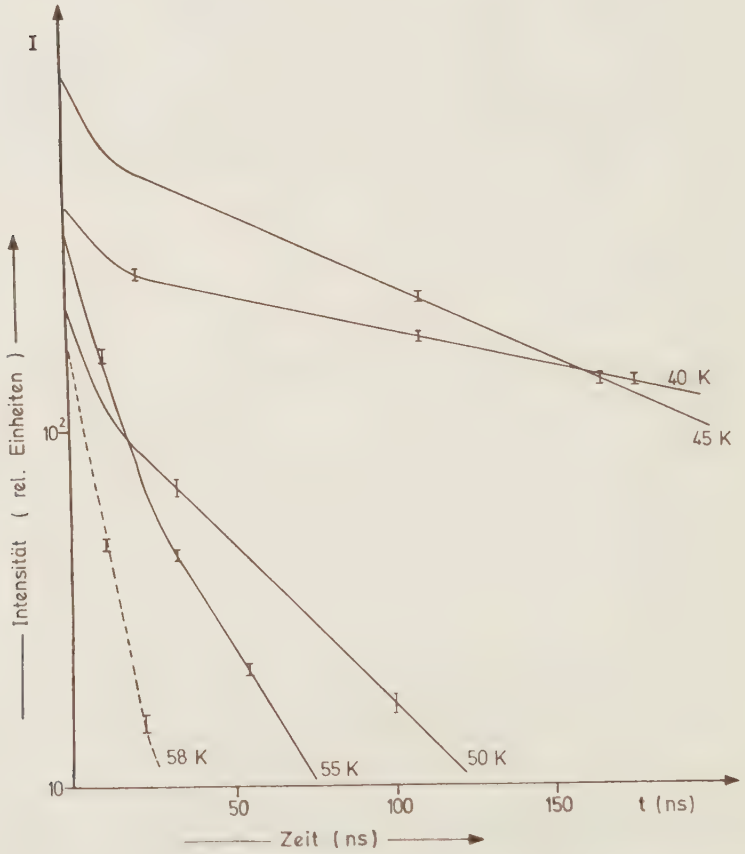


Abb. 9 UV - Abklingkurven für ZnO 1 bei T = 40 K, 45 K, 50 K, 55 K, 58 K.

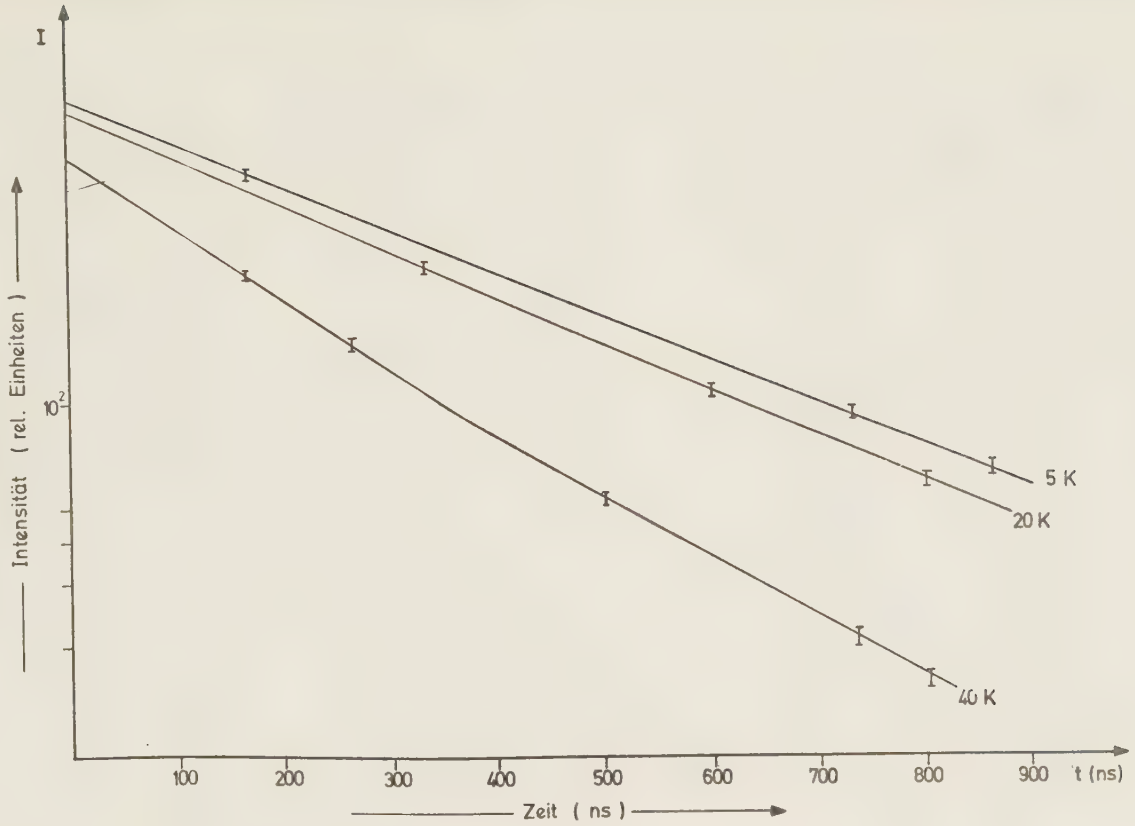


Abb. 10 UV-Abklingkurven von ZnO 1 bei T = 5 K, 20 K, 40 K.

In Abb. 9, 10 sind die Abklingkurven von ZnO 1 in halblogarithmischer Darstellung für verschiedene Temperaturen angegeben. Die Messungen wurden mit dem Filter F_{514} vor dem Photomultipliereingang durchgeführt. (Der Index besagt, daß das Filter bei 514 nm das Transmissionsmaximum hatte). Hierdurch wird sichergestellt, daß das Verhältnis von Stoprate zu Startrate kleiner 1 wurde. Die UV-Pulsanregung erfolgte wie in 2.4.1.2.

In Abb. 11 werden die aus den Abklingmessungen an ZnO 1 bestimmten Lebensdauern zusammengefaßt. Da die Kurven für $T > 40$ K vom exponentiellen Verlauf abweichen, wurden die Lebensdauern aus einer approximativen Kurve abgeschätzt.

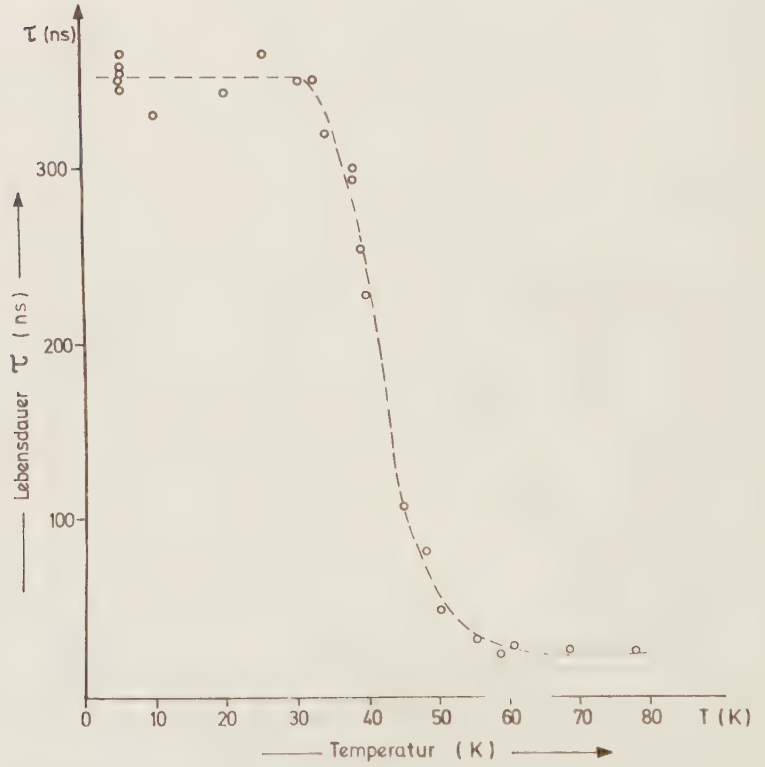


Abb. 11 Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer von ZnO 1

Die Meßkurven lassen folgende Feststellungen für den Kristall ZnO 1 zu:

(1) Die Abklingkurven sind in einem Temperaturintervall von 5 K bis 38 K innerhalb der Meßgenauigkeit gut durch Exponentialfunktionen approximierbar. Für Temperaturen $T > 40$ K weichen die Abklingkurven deutlich vom exponentiellen Verhalten ab.

(2) Die in Abb. 11 dargestellte Kurve $\tau(T)$ weist eine flache und eine steile Flanke auf. Die Meßkurve ist durch eine mathematische Funktion der Art

$$(12) \quad f(T) = 1 / \left[1 + a \exp(-E / kT)\right] ;$$

approximierbar. Als günstige Fitparameter erweisen sich:

$$a = 7 \times 10^3; \quad E = 32 \text{ meV}.$$

Dies stellt einen deutlichen Hinweis dafür dar, daß die starke Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer durch ein energetisch flaches Zwischenniveau bedingt ist / 22 /.

Für den Kristall ZnO 2 wurde die Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer des Rekombinationszentrums analog aufgenommen. Die Meßkurven (Abb. 12, 13) ergeben die von ZnO 1 her bekannten Charakteristika; zusätzliche Effekte konnten nicht beobachtet werden.
In Abb. 14 wird die Lebensdauer τ für ZnO 2 mit einer Fitkurve der Form

$$f(T) = 1 / \left[1 + a \exp(-E / kT)\right] ;$$

mit den Parametern $a = 5{,}5 \times 10^3$ und $E = 31{,}9$ meV verglichen. Zur größenordnungsmäßigen Abschätzung der Fitparameter wurde das Konzept der "Breakpoint-Temperature" T_B / 23 / herangezogen. T_B ist jene Temperatur, bei der $\tau(T_B) / \tau(T_o) = 0{,}5$ wird; nutzt man außerdem noch die Kenntnis von $(df/dT)_{T_B}$ aus, so erhält man die gewünschten Werte aus folgenden Beziehungen:

aus $\tau(T_B) / \tau(T_o) = 0{,}5$ folgt $a = \exp(E / kT_B)$,

aus (13) $df/dT = \left[-aE \exp(-E / kT)\right] / \left\{kT^2\left[1 + a \exp(-E / kT)\right]^2\right\}$;

folgt: (14) $E = -4 (df/dT)_{T_B} kT_B^2$; mit $(df/dT)_{T_B} = 0{,}06 \text{ K}^{-1}$

und $T_B = 43$ K ergibt sich: $E = 33$ meV; $a = 7{,}5 \times 10^3$.

Abb. 12 UV-Abklingkurven von ZnO 2 bei T = 5 K, 37 K, 40 K, 42 K, 51 K.

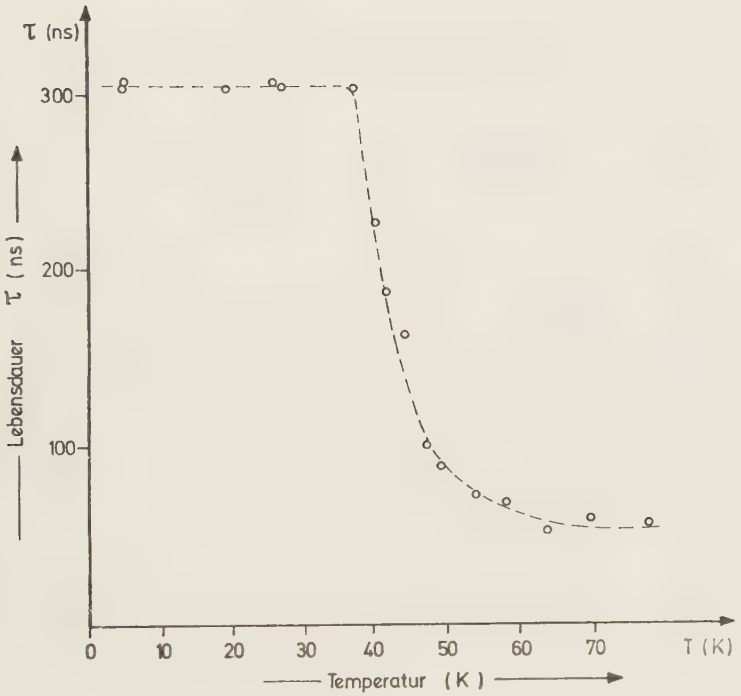


Abb. 13 Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer von ZnO 2.

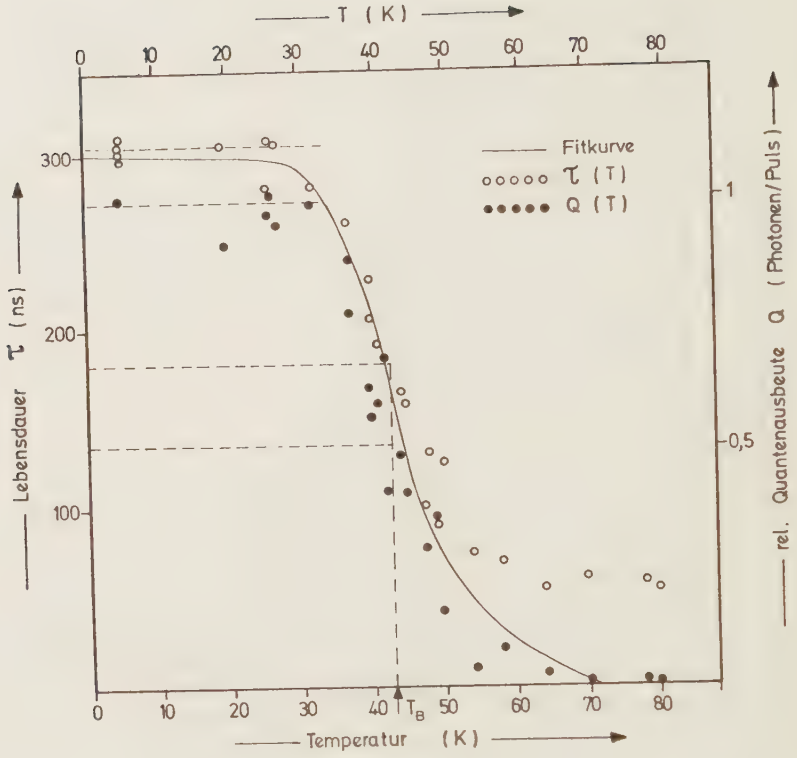


Abb. 14 Vergleich der funktionalen Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer für ZnO 2 nach UV-Anregung mit einer Fitkurve $f(T) = 1/\left[1 + a \exp(-E/kT)\right]$ mit $a = 5 \times 10^3$, $E = 32$ meV.
T_B : Breakpoint-Temperatur
(In die Zeichnung wurden die Meßergebnisse für die relative Quantenausbeute Q(T) aus 2.4.1.4 mit aufgenommen.)

Als günstigste Werte konnten für ZnO 1 und ZnO 2 die in Tab. 3 zusammengefaßten Werte ermittelt werden:

	ZnO 1	ZnO 2
E	32,0 meV	31,9 meV
a	7×10^3	$5{,}5 \times 10^3$

Tab. 3

Obige Zahlenwerte lassen sich sehr gut in das in 2.6 beschriebene Modell eingliedern. Die Energietiefen von 32 meV sind vergleichbar mit jenen, die im Haftstellenspektrum dieser Kristalle gemessen wurden. Dies spricht für die Annahme, daß sich in diesen, vergleichsweise wenig gestörten Kristallen, flache Niveaus im Valenzbandkantenbereich ausbilden können, die je nach Zentrum als Rekombinationszentrum (Cu^+) oder als Haftstelle (O_i^-) fungieren. Ähnliche Zentren werden auch in der Literatur häufig diskutiert / 24 /.
Die physikalische Bedeutung des Parameters a wird in 2.6 verdeutlicht; der Parameter a beinhaltet die Retrappingkonstante B_α, die Valenzbandzustandsdichte N_V und die Lebensdauer τ_R des Zentrums ($a = B_\alpha \cdot N_V' \cdot \tau_R$).

Eine weitere Bewertung der Meßergebnisse folgt in 2.6.

2.4.1.4 Temperaturabhängigkeit der relativen Quantenausbeute von ZnO 1 und ZnO 2 nach gepulster UV-Anregung

Aus Gründen, die bei der Diskussion des Lumineszenzmodells in 2.6 klar werden, war es notwendig, die Temperaturabhängigkeit der relativen Quantenausbeute bei UV-Pulsanregung zu bestimmen.
In diesem Abschnitt wird deshalb auf die relative Quantenausbeute und deren Temperaturabhängigkeit für die Kristalle ZnO 1 bzw. ZnO 2 nach UV-Anregung eingegangen.
Hierzu wurde die Anzahl der vom Kristall emittierten Photonen pro UV-Puls ermittelt. Dies gelingt, da jedes echt koinzidente Ereignis einem vom Phosphor emittierten Lichtquant entspricht. Bei der Ermittlung der Temperaturabhängigkeit der Quantenausbeute ist zunächst eine Normierung auf die Anzahl einfallender UV-Quanten unter Berücksichtigung der Raumwinkel und Filterkorrekturen nicht notwendig.
Die UV-Pulsanregung und die Detektion des emittierten Lichtes erfolgte ebenso wie in 2.4.1.2.
Abb. 15, 16 zeigen die relativen Quantenausbeuten Q(T) (emittierte Photonen pro UV-Puls) für ZnO 1 bzw. ZnO 2.

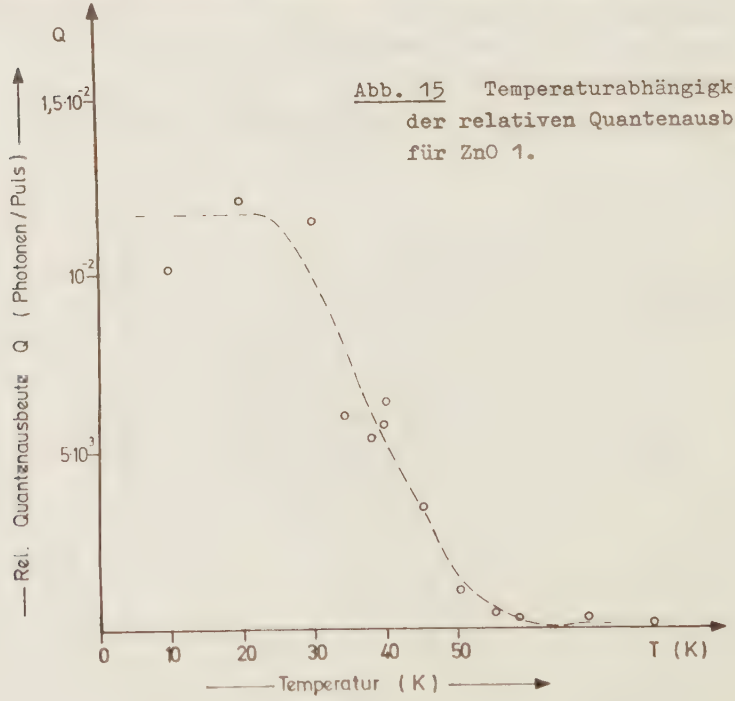


Abb. 15 Temperaturabhängigkeit der relativen Quantenausbeute Q für ZnO 1.

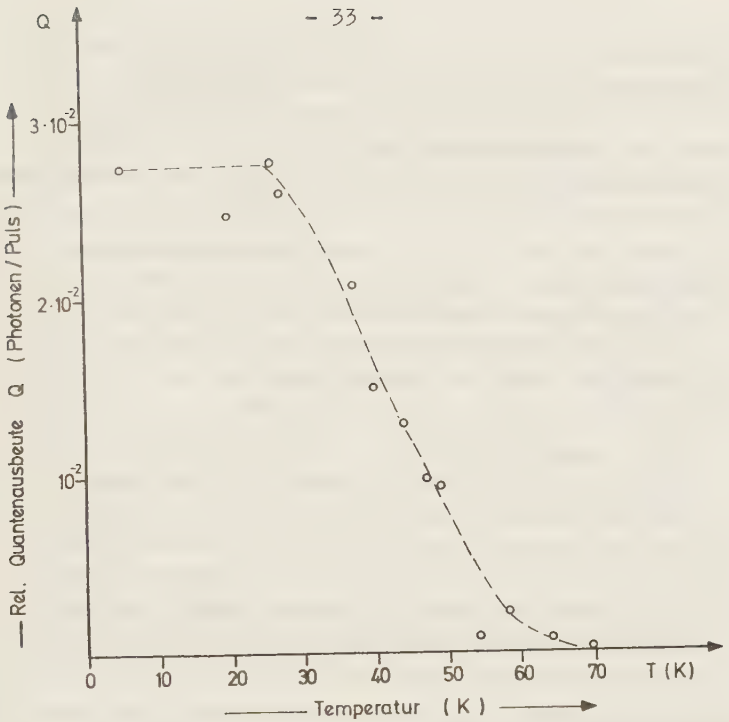


Abb. 16 Temperaturabhängigkeit der relativen Quantenausbeute Q für ZnO 2.

Aus den beiden Diagrammen in Abb. 15, 16 lassen sich folgende, für beide Kristalle gemeinsamen Eigenschaften ablesen:

(1) Die relativen Quantenausbeuten Q(T) für die Kristalle ZnO 1 und ZnO 2 stimmen größenordnungsmäßig überein. Dasselbe gilt auch für die absoluten Quantenausbeuten, da sich diese von den relativen nur um einen für beide Kristalle meßbedingten gleichen Faktor unterscheiden.

(2) Die Q(T)-Kurve zeigt eine flache und eine steile Flanke. Dieser bereits bei den Lebensdauerkurven festgestellte Verlauf kann wiederum durch eine Funktion

$$f(T) = 1 / \left[1 + a \exp(-E / kT)\right] ;$$

approximiert werden. Der Kurvenverlauf ergibt zudem dieselbe Breakpointtemperatur wie in 2.4.1.3 und damit

dieselben Fitparameter. Die Verwendbarkeit derselben Fitparameter unterstützt die Annahme, daß $\tau(T) \propto Q(T)$ ist. Diese näherungsweise Proportionalität, die eine gleiche Temperaturabhängigkeit von τ und Q signalisiert, wird bei den in 2.6 ausgeführten Modellrechnungen ausgenutzt.

(3) Für Temperaturen $T > 60$ K können keine koinzidenten Ereignisse mehr festgestellt werden. Ein meßbarer Wert für die relative Quantenausbeute ist trotz hochempfindlicher Meßtechnik nicht möglich. Es liegt die Annahme nahe, daß die Ladungsträger in nichtleuchtenden Konkurrenzprozessen verbraucht werden.

(4) Für das Temperaturintervall zwischen 25 K und 60 K schwanken die relativen, und damit die absoluten Quantenausbeutewerte beträchtlich. Sie variieren in diesem Bereich zwischen 10^{-5} Photonen/UV-Puls und 10^{-2} Photonen/UV-Puls. Diese starke Temperaturabhängigkeit der Quantenausbeute in diesem Bereich muß bei einer möglichen, späteren Anwendung der Kristalle als IR-Detektoren berücksichtigt werden.

(5) Für Temperaturen $T < 25$ K bleibt die Quantenausbeute größenordnungsmäßig konstant, sie nimmt den größten Wert bei Heliumtemperatur an.
Die auftretenden geringfügigen Abweichungen der Meßpunkte von der Fitkurve sind durch komplizierte, weiter nicht erfaßbare Kristallstörungen plausibel zu machen, in denen erfahrungsgemäß Ladungsträger gespeichert und dann thermisch reemittiert werden.

2.4.1.5 Abklingkurven von ZnO 4 nach gepulster UV-Anregung

Der hier durchgemessene Kristall unterscheidet sich von ZnO 1 bzw. ZnO 2 durch starke Dotierung (Tab. 2). Die Messungen sollten eine Tendenz für die Dotierungsabhängigkeit der Lichtemission ergeben.

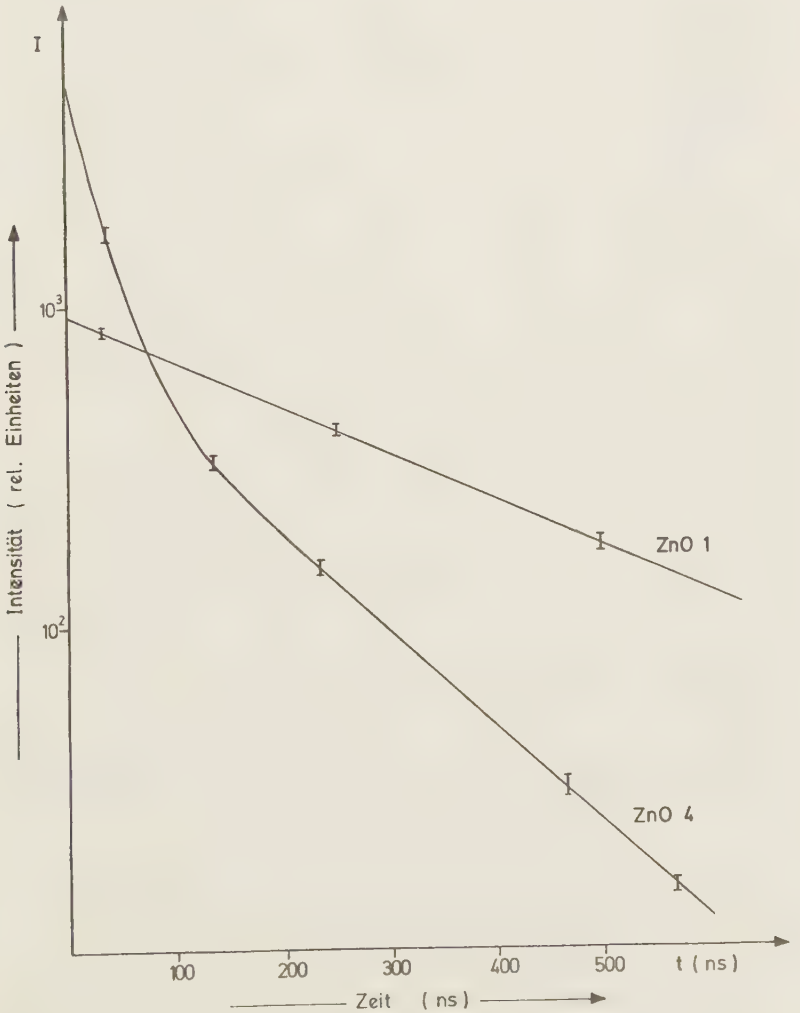


Abb. 17 UV-Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 4 bei T = 5 K.

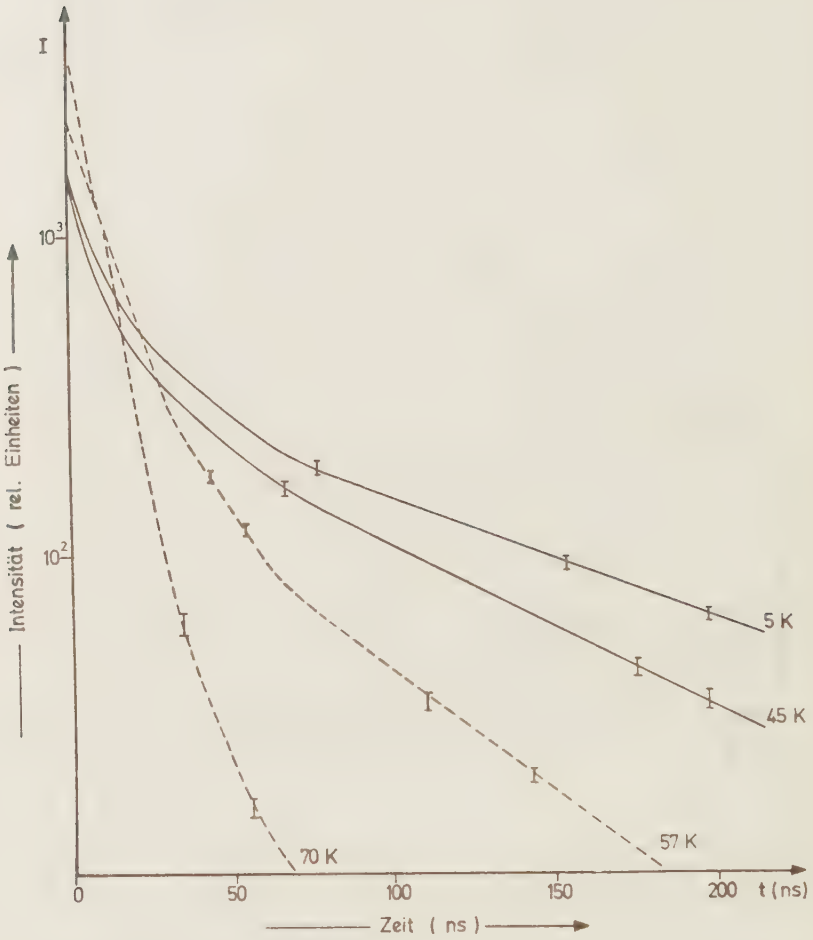


Abb. 18 UV-Abklingkurven von ZnO 4 bei T = 5 K, 45 K, 57 K, 70 K.

In Abb. 17 werden die Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 4 bei 5 K verglichen. In Abb. 18 wird das temperaturabhängige Verhalten der Abklingkurven des stark dotierten Kristalls ZnO 4 verdeutlicht.

Folgende Besonderheiten werden aus den Diagrammen ersichtlich:

(1) Der Vergleich der Abklingkurven von ZnO 1 und ZnO 4 bei $T = 5$ K (Abb. 17) ergibt eine um eine Größenordnung kleinere Lumineszenzintensität für ZnO 4. Überdies tritt für $t < 150$ ns das nichtexponentielle Verhalten der Abklingkurve von ZnO 4 im Vergleich zum exponentiellen Verhalten von ZnO 1 deutlich hervor.

(2) Die in Abhängigkeit der Temperatur aufgenommenen Abklingkurven von ZnO 4 (Abb. 18) zeigen im betrachteten Zeitintervall von 10^{-8}s bis 10^{-6}s ausnahmslos nichtexponentielles Verhalten.
Auffällig hierbei ist, daß im Zeitintervall $t < 20$ ns die Lumineszenzintensität mit der Temperatur zunimmt.
Für $t > 200$ ns können die Abklingkurven im halblogarithmischen Maßstab durch Geraden approximiert werden. Die hiermit abgeschätzten Abklingzeiten und deren Temperaturabhängigkeit sind in Abb. 19 aufgetragen.
Bei Heliumtemperatur ergibt sich hierbei ein Wert von 10^{-7}s. Ansonsten zeigt sich hier eine Abhängigkeit von der Temperatur, die mit den vorher besprochenen Kristallen vergleichbar ist.

(3) Anhand der Glowkurve von ZnO 4 kann man feststellen, daß der Kristall keine flachen Haftstellen besitzt. Dies deutet daraufhin, daß hier eine starke dotierungsbedingte (wahrscheinlich Zn-Überschuß) Störung des Valenzbandkantenbereiches vorliegt. Wie bereits festgestellt wurde, sind bei solchen Kristallen auch die kantennahen Niveaus von Rekombinationszentren gestört.
Das von ZnO 1 stark abweichende Lumineszenzverhalten von ZnO 4 spricht für diese Annahme.
Die Verkürzung der Lebensdauer bei dem Kristall ZnO 1 ging einher mit der Zunahme der thermisch verursachten, nichtleuchtenden Konkurrenzprozesse; bei ZnO 4 bei

Heliumtemperatur werden die nichtleuchtenden Konkurrenzprozesse wahrscheinlich primär durch dotierungsbedingte Kristallstörungen verursacht.

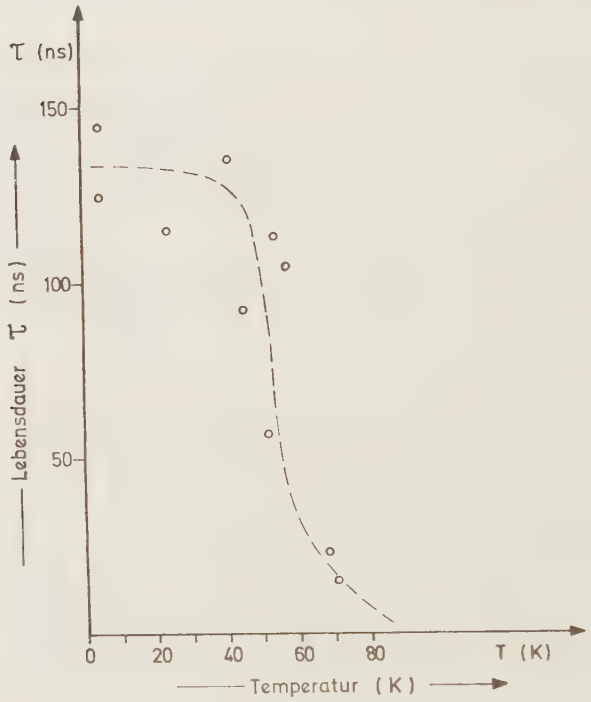


Abb. 19 Temperaturabhängigkeit der Abklingzeiten für ZnO 4.

2.4.2 Abklingkurven und Quantenausbeute nach gepulster IR-Anregung (Stimulation)

Aus den Messungen mit gepulstem UV-Licht weiß man, daß man durch die Bestimmung der Lebensdauer des Lumineszenzzentrums, durch die Untersuchung der spektralen Abhängigkeit der Lebensdauer und deren Temperaturabhängigkeit und durch die Bestimmung der Quantenausbeute in Abhängigkeit von der Temperatur, viel über ein Zentrum erfahren kann.
In diesem Abschnitt soll nun die Frage behandelt werden, ob die IR-stimulierte Lumineszenz in ZnO(Cu)-Kristallen über dasselbe Zentrum abläuft wie die UV-erregte Lumineszenz; es soll also der Einfluß der Anregungsart auf den Lumineszenzprozeß diskutiert werden.

Nach Messungen von Wittwer / 3 / ist bekannt, daß bei Einstrahlung von Infrarot (insbesondere von 2,5 μm - 5 μm) auf vorher UV-angeregte ZnO(Cu)-Kristalle Licht emittiert wird, dessen Spektrum mit dem Fluoreszenzspektrum dieser Kristalle übereinstimmt. Das diesen Prozeß vermittelnde Leuchtzentrum soll nun mit Hilfe der in 2.2.2 beschriebenen Meßtechnik genauer untersucht werden.
Hierzu wurde Infrarot mit Hilfe von schnell ansprechenden Lumineszenzdioden, deren Emissionsmaximum bei 0,9 μm lag, direkt auf die vorher UV-angeregten Kristalle eingestrahlt. Integrale Messungen von Wittwer / 3 / ergeben für diese Wellenlänge eine zwar geringe, doch noch meßbare Stimulationsempfindlichkeit.

Dies bringt für die gewählte Meßtechnik (Koinzidenzmessung und Einzelphotonendetektion) den Vorteil, daß bei der Anregung durch kurze IR-Pulse die Startrate erheblich größer als die Stoprate ist und somit der Pile-Up-Effekt vermieden wird.

2.4.2.1 Abklingverhalten von ZnO 1 nach gepulster IR-Einstrahlung

In Abb. 20 und 21 sind die Abklingkurven von ZnO 1 mit einer Zeitauflösung besser 20 ns im Bereich von 10^{-8}s bis $4x10^{-7}$s wiedergegeben. Der Kristall wurde vor der eigentlichen

Messung bis zur Sättigung mit UV (eingestrahlt durch Interferenzfilter mit Transmissionsmaximum bei 360 nm) angeregt. Nachfolgend wurde auf den Kristall das gepulste IR-Licht (Halbwertsbreite < 20 ns) eingestrahlt. Das emittierte Licht passierte schmalbandige Filter (Transmissionsmaximum bei den indizierten Zahlenwerten). Prompte Emissionsprozesse ($< 10^{-8}$s) bzw. lange Phosphoreszenzkomponenten ($> 10^{-6}$s) werden nicht diskutiert.
Den Diagrammen 20, 21, 22 kann man folgende Eigenschaften entnehmen:

(1) Innerhalb der Meßgenauigkeit können die Abklingkurven für $t > 50$ ns in der halblogarithmischen Darstellung durch Geraden approximiert werden. Sie sind also durch Exponentialfunktionen darstellbar, eine Lebensdauer ist wiederum direkt bestimmbar. Sie beträgt für ZnO 1 bei Heliumtemperatur 360 ns.

(2) Die Aufzeichnung der Abklingkurven in spektraler Abhängigkeit des emittierten Lichtes ergibt in halblogarithmischem Maßstab wiederum parallele Geraden. Eine spektrale Abhängigkeit der Lebensdauer des Zentrums ist also nicht erkennbar.

(3) Im Unterschied zu den UV-Abklingkurven kann man bei den IR-stimulierten Abklingkurven deutlich die Ausbildung eines Maximums der Lumineszenzintensität feststellen. Die Verschiebung des Maximums zum Maximum des IR-Pulses beträgt bei Heliumtemperatur ungefähr 43 ns. Die Verschiebung des Intensitätsmaximums nimmt mit zunehmender Temperatur ab.

(4) Bei Temperaturen $T > 40$ K bekommen die Abklingkurven zunehmend nichtexponentiellen Charakter.

(5) Für $t > 50$ ns stimmt das IR-stimulierte Abklingen mit dem UV-Abklingen überein; es ergibt sich dieselbe Lebensdauer und dieselbe spektrale Abhängigkeit. Das Temperaturverhalten der Lebensdauer $\tau(T)$, das in Abb. 22 dargestellt ist, entspricht ebenfalls dem, das bei den UV-Abklingkurven ermittelt werden konnte.

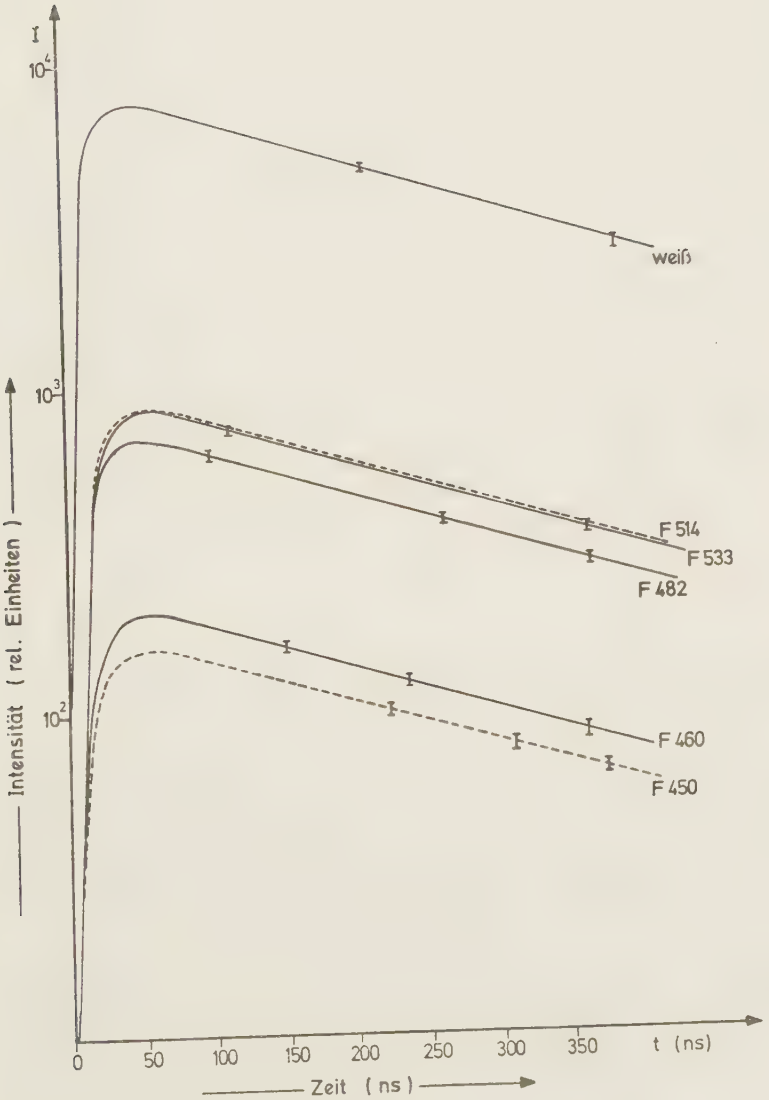


Abb. 20 Spektrale Auflösung der IR-Abklingkurven von ZnO 1.

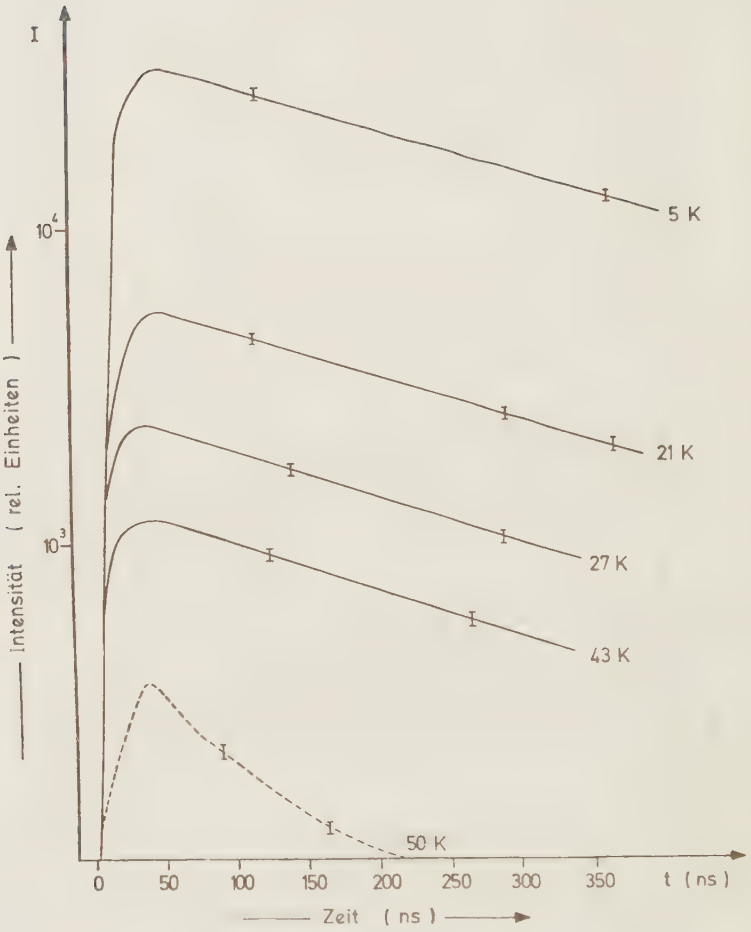


Abb. 21 IR-Abklingkurven von ZnO 1 bei T = 5 K, 21 K, 27 K, 43 K, 50 K.

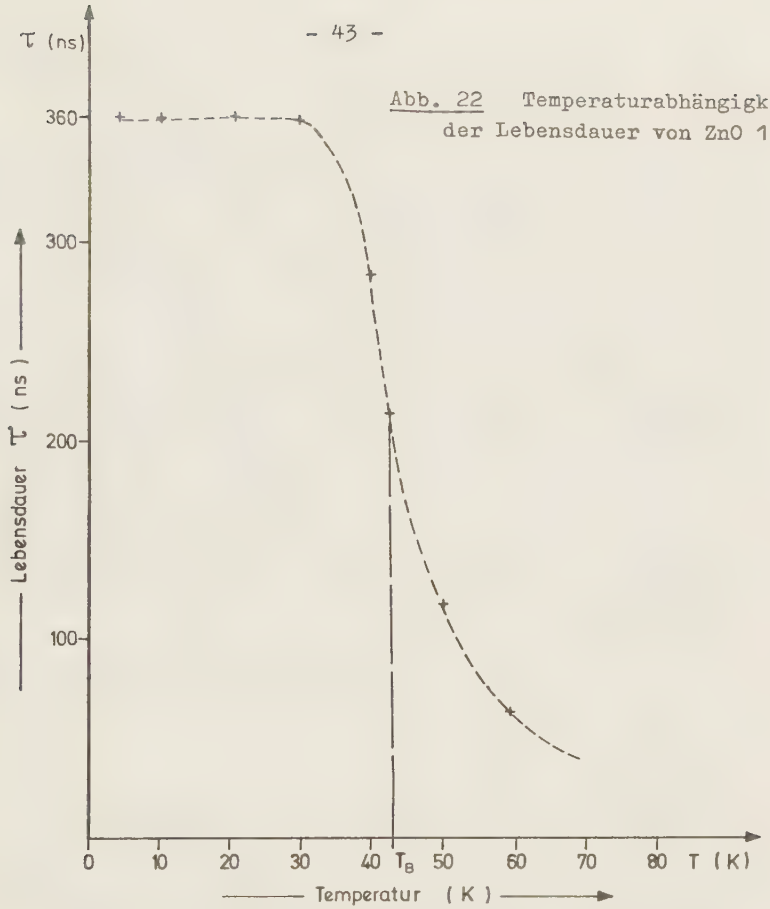


Abb. 22 Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer von ZnO 1

Die Meßergebnisse weisen deutlich darauf hin, daß die IR-stimulierte Lumineszenz über dasselbe Zentrum abläuft wie der UV-erregte Lichtprozeß.
Diese Ergebnisse, insbesondere aber die Intensitätsmaximumsverschiebung, stützen die Annahme, daß die zur Lumineszenz benötigten Löcher über das Valenzband zum Leuchtzentrum diffundieren und dann strahlend rekombinieren. Die Diffusionszeiten ergeben sich aus der Maximumsverschiebung zu 10^{-8}s

((15) $t_{Max} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \ln \frac{\tau_1}{\tau_2}$;).

Ähnliche Prozesse sind auch von anderen Kristallen her bekannt / 22 /.

2.4.2.2 IR-Abklingkurven der verschieden stark dotierten Kristalle ZnO 2 bis ZnO 5

Der Einfluß der Dotierung der Kristalle mit Kupfer bzw. Indium auf das Abklingverhalten kann wegen der Komplexität der Prozesse nicht quantitativ beschrieben werden; rein qualitativ sind jedoch Störungstendenzen erkennbar.
In der Abb. 23 wird das Abklingverhalten der Kristalle ZnO 5 und ZnO 2 bei Heliumtemperatur verglichen. Der Ausgangskristall war ZnO 5 mit einer Anfangskonzentration von $1{,}8 \times 10^{18} cm^{-3}$Cu. Dieser Kristall wurde dann mit Kupfer und Indium dotiert (Gesamtdotierung $10^{19} cm^{-3}$Cu; $3 \times 10^{18} cm^{-3}$In) und in Stickstoffatmosphäre zur Homogenisierung der Dotierung getempert; er wird nun mit ZnO 2 bezeichnet. Die Anzahl flacher Haftstellen konnte bei ZnO 2 um eine Größenordnung im Vergleich zu ZnO 5 erhöht werden. In den folgenden Abb.26, 27 sind dann die Meßkurven weiterer stark dotierter Kristalle festgehalten.

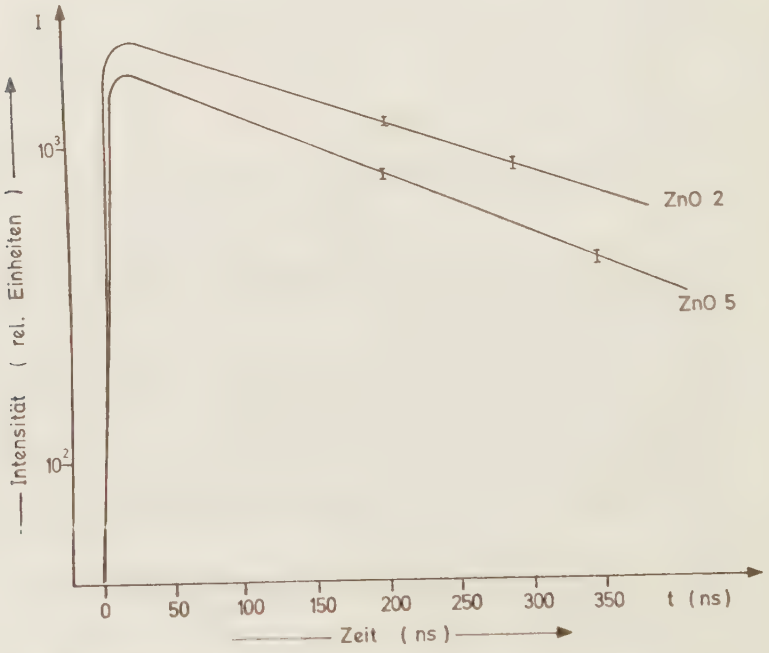


Abb. 23 Vergleich der IR-Stimulationsabklingkurven von ZnO 2 und ZnO 5.

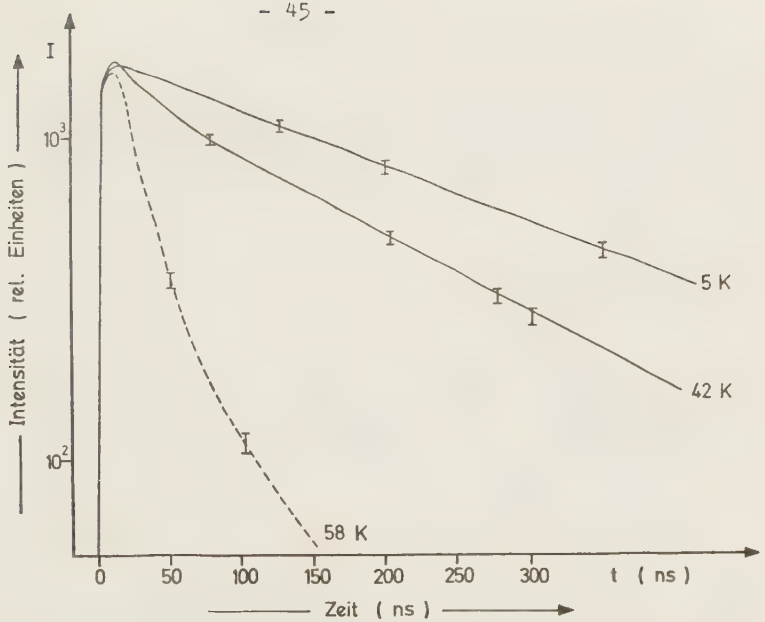


Abb. 24 IR-Abklingkurven von ZnO 5 bei T = 5 K, 42 K, 58 K.

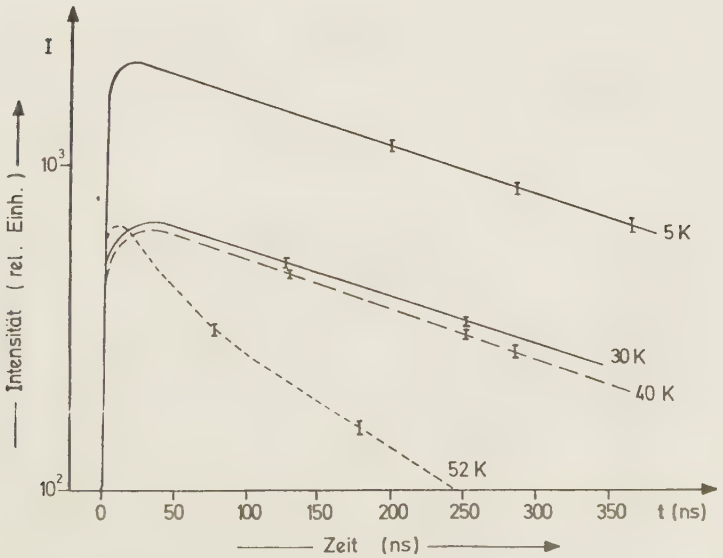


Abb. 25 IR-Abklingkurven von ZnO 2 bei T = 5 K, 30 K, 40 K, 52 K.

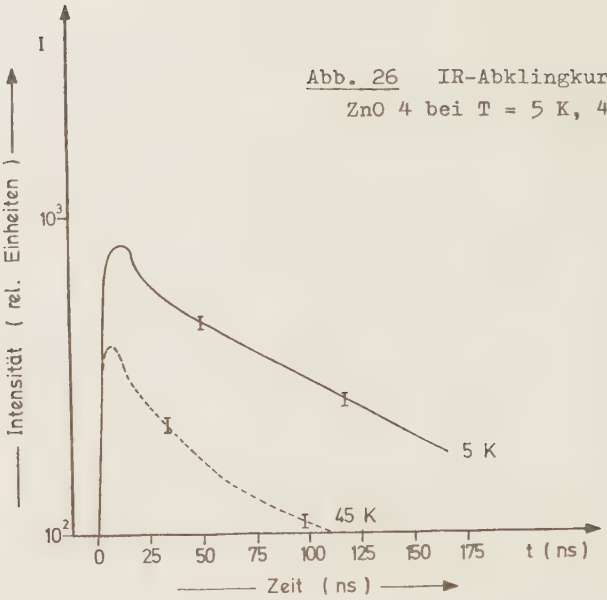
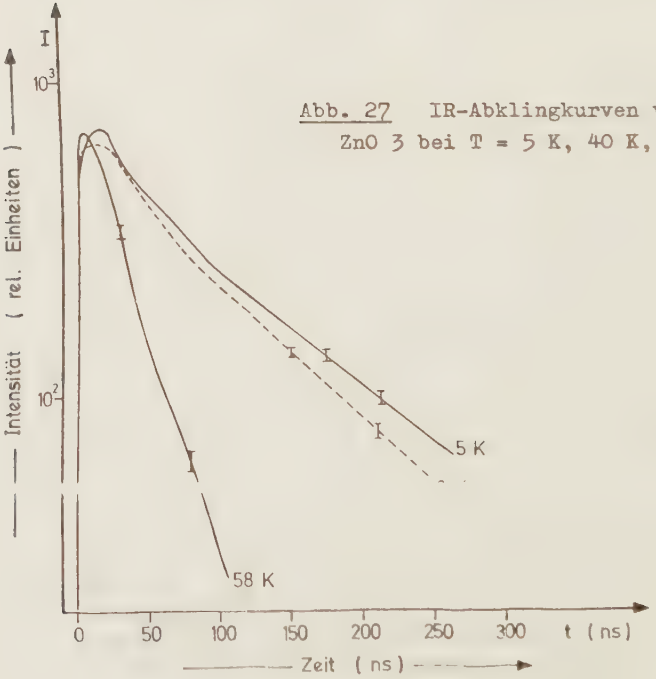


Abb. 27 IR-Abklingkurven von ZnO 3 bei T = 5 K, 40 K, 58 K.



Aus den Meßkurven entnimmt man folgende Informationen:

(1) Bei Heliumtemperatur sind bei den Kristallen ZnO 5 und ZnO 2 die Abklingkurven durch Exponentialfunktionen approximierbar. Die hieraus bestimmbaren Lebensdauern unterscheiden sich geringfügig: τ (ZnO 5) = 280 ns, τ(ZnO 2) = 300 ns.
Bei beiden Kristallen zeigt sich mit zunehmender Temperatur ein Abweichen vom exponentiellen Abklingverhalten (Abb. 24, 25).

(2) In Abb. 26 wird das Abklingen des Kristalls ZnO 4 nach IR-Pulsanregung dargestellt. Der Kristall zeigt hierbei, abgesehen von der Intensitätsmaximumsverschiebung, gleiches Verhalten wie bei den UV-Abklingmessungen. Die Abklingzeit (140 ns) ist erheblich kürzer als bei ZnO 1, ZnO 2 oder ZnO 5.
Die Intensitätsmaximumsverschiebung ist ebenfalls mit rund 20 ns erheblich kleiner als bei ZnO 1. Für $t < 30$ ns ergibt sich wieder das starke Abweichen von der exponentiellen Form. Mit zunehmenden Temperaturen verringert sich die Verschiebung des Intensitätsmaximums weiter.

(3) In Abb. 27 wird das Abklingverhalten des stark dotierten ZnO 3 dargestellt. Hierbei erkennt man, daß schon bei Heliumtemperatur die Abklingkurve von der exponentiellen Form abweicht. Mit höherer Temperatur verstärkt sich das nichtexponentielle Verhalten weiter. Überdies stellt man eine im Vergleich zu ZnO 1, ZnO 2 und ZnO 5 geringere Lumineszenzintensität fest.

Faßt man die Meßergebnisse zusammen, so erkennt man wiederum den Zusammenhang zwischen ungestörter Ausbildung des flachen Rekombinationszentrums und der Ausbildung flacher Haftstellen. Als Indikator für die Ausbildung des geschilderten flachen Rekombinationszentrums, das nicht nur ein langes exponentielles Abklingen bewirkt, sondern vor allem durch seine Speicherwirkung auch zu einer Steigerung der Quantenausbeute führt, kann somit das mit Hilfe von Glowkurven aufgenommene Haftstellenspektrum dienen.

2.4.2.3 Quantenausbeutemessungen an ZnO 1 und ZnO 2

Diese Messungen waren darauf ausgerichtet, Informationen über die IR-Detektionseigenschaften von ZnO(Cu) zu gewinnen. Hierzu wurde zunächst wiederum die relative Quantenausbeute untersucht, um einen qualitativen Einblick in die möglichen Abhängigkeiten zu gewinnen.

Strahlt man auf den Kristall gepulstes IR-Licht ($\lambda = 0{,}9\,\mu m$) ein, so entspricht jedem registrierten, echt koinzidenten Ereignis ein vom Photomultiplier detektiertes, sichtbares Quant. Hierbei wurde durch Testmessungen sichergestellt, daß kein IR-Licht direkt von der Lumineszenzdiode auf die Kathode des Photomultipliers trifft.

Als relative Quantenausbeute wird nun die Größe Q(T) definiert:

(16) $Q(T) = N_K / Z_{IR}$;

N_K : Gesamtzahl echter Koinzidenzen

Z_{IR}: Gesamtstartrate

Diese relative Quantenausbeute kann nun unter Berücksichtigung von Raumwinkel Ω, Filtertransmissionskoeffizienten T, Multiplierempfindlichkeit w und absoluten IR-Quantenzahlen bzw. sichtbaren Photonenzahlen in eine absolute Quantenausbeute η umgerechnet werden. Diese Größe kann dann mit Hilfe einer von Wittwer erstellten Eichkurve (Abb. 28) für verschiedene Infrarotwellenlängen bestimmt werden. Für die absolute Quantenausbeute gilt:

(17) $$\eta = \frac{\text{Anzahl emittierter Photonen}}{\text{Anzahl absorbierter Photonen}^{+}} = \frac{N_{Ph}}{N_{IR}} =$$

$$= \frac{N_{Ph} / Z_{IR}}{N_{IR} / Z_{IR}} \quad ;$$

(18) $$\eta = \frac{1}{K} \cdot \frac{N_K / Z_{IR}}{N_{IR} / Z_{IR}} \qquad \text{mit} \quad N_{Ph} / Z_{IR} = \frac{1}{K} \cdot \frac{N_K}{Z_{IR}}$$

und $K = \Omega \cdot T \cdot w$;

‡ Hierbei wird bei einigen hiervon abweichenden Definitionen die Anzahl absorbierter Photonen auf 1 cm^2 Kristallfläche bezogen /25/. Bei ZnO 1 entspricht dies einem Faktor $10^{-1} cm^2$.

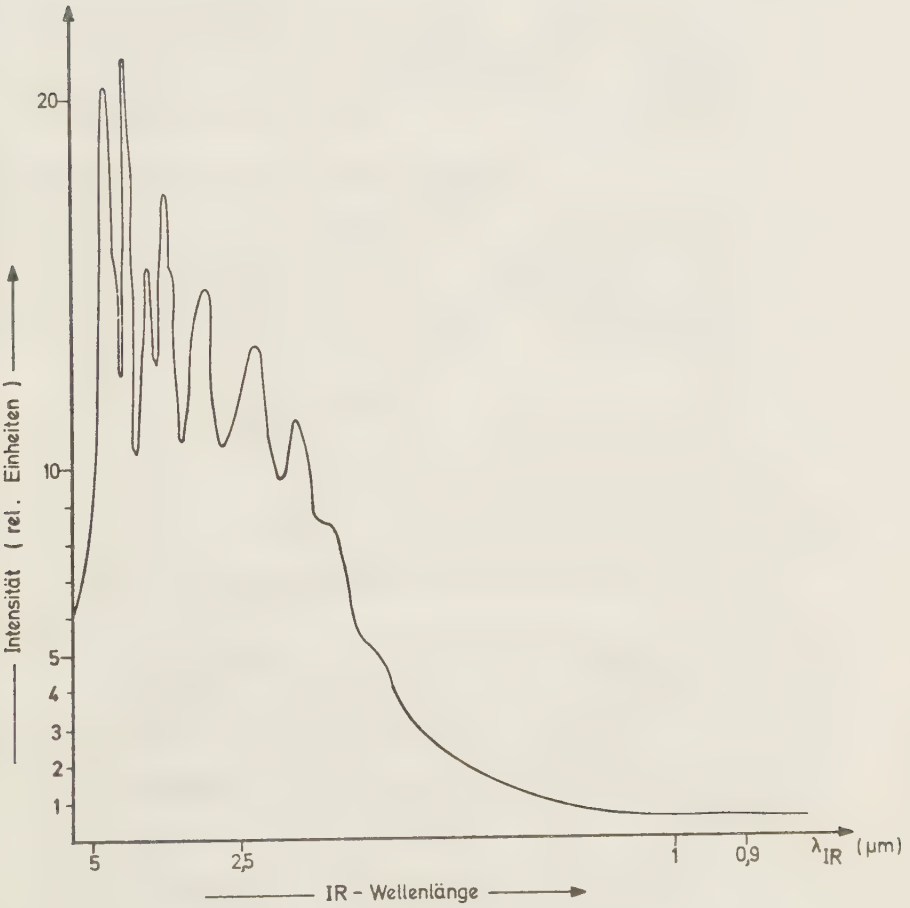


Abb. 28 IR-Stimulationsempfindlichkeit von ZnO 1 bei T = 5 K.

T (K)	Q $\frac{\text{Photonen}}{\text{Puls}}$	η	Bemerkungen
5	$6{,}5 \times 10^{-2}$	$1{,}5 \times 10^{-3}$	UV-Anregung bis zur Sättigung; Messung nach 5 Min. Abklingen.
5	$1{,}3 \times 10^{-1}$	$2{,}95 \times 10^{-3}$	Kristall bei 5 K angeregt, Messung nach 0,5 Min. Abklingen.
21	$1{,}3 \times 10^{-1}$	$2{,}95 \times 10^{-3}$	Messung nach 4 Min. Abklingen nach UV-Anregung.
27	$5{,}6 \times 10^{-2}$	$1{,}3 \times 10^{-3}$	Kristall auf 27 K ohne weitere UV-Anregung hochgeheizt.
5	$5{,}13 \times 10^{-2}$	$1{,}16 \times 10^{-3}$	Kristall von 27 K auf 5 K ohne UV-Anregung abgekühlt.
31	$3{,}1 \times 10^{-2}$	7×10^{-4}	Kristall bis 50 K aufgeheizt.
43	$2{,}9 \times 10^{-2}$	$6{,}6 \times 10^{-4}$	
50	$3{,}4 \times 10^{-3}$	$7{,}7 \times 10^{-5}$	

Tab. 4 Relative und absolute Quantenausbeute für ZnO 1

T (K)	Q $\frac{\text{Photonen}}{\text{Puls}}$	η	Bemerkungen
5	$1{,}2 \times 10^{-2}$	$2{,}7 \times 10^{-4}$	UV-Anregung bei 52 K, dann Abkühlung auf 5 K.
5	$2{,}7 \times 10^{-2}$	6×10^{-4}	UV-Anregung bei 5 K.
5	$3{,}7 \times 10^{-2}$	$8{,}4 \times 10^{-4}$	UV-Anregung bei 5 K.
5	$8{,}4 \times 10^{-3}$	$1{,}9 \times 10^{-4}$	UV-Anregung bei 77 K.
52	$1{,}8 \times 10^{-2}$	4×10^{-4}	Messung nach frischer UV-Anregung.
40	$1{,}0 \times 10^{-2}$	$2{,}3 \times 10^{-4}$	Kristall bei 52 K mit UV angeregt.
30	$1{,}0 \times 10^{-2}$	$2{,}3 \times 10^{-4}$	Kristall bei 52 K mit UV angeregt.

Tab. 5 Relative und absolute Quantenausbeute für ZnO 2

$$(19)\quad \eta = \frac{1}{K} \cdot \frac{Q(T)}{N_{IR} / Z_{IR}} \quad ; \qquad \text{mit} \quad K = \Omega \cdot T \cdot w = 8 \times 10^{-4};$$

$$N_{IR} / Z_{IR} = 5{,}5 \times 10^{4} \ \frac{\text{Photonen}}{\text{Puls}}$$

Mit diesen Beziehungen kann man für die Kristalle ZnO 1 und ZnO 2 aus den relativen Quantenausbeuten, zunächst für die IR-Wellenlänge 0,9 μm die absolute Quantenausbeute η bestimmen. Dies ist in Tab. 4 und Tab. 5 durchgeführt.

Hierbei erhält man folgende Ergebnisse:

(1) Die absolute Quantenausbeute bei Einstrahlung von Infrarot der Wellenlänge $\lambda = 0{,}9\,\mu m$ liegt für ZnO 1 bei Heliumtemperatur bei 10^{-3}, für ZnO 2 bei 5×10^{-4}. Die Quantenausbeute ist stark temperaturabhängig, insbesondere im Bereich zwischen 40 K und 60 K. Für Temperaturen $T > 60$ K sinkt sie unter die rauschbedingte Nachweisschwelle.

(2) Die Quantenausbeute η ist unmittelbar nach Abschaltung der UV-Quelle vom UV-Anregungszustand des Kristalls abhängig. Nach einer kristallspezifischen Abklingzeit bleibt die absolute Quantenausbeute bei Heliumtemperatur dann über einen längeren Zeitraum (bis 30 Minuten) nahezu konstant.

(3) Die Quantenausbeuten können mit Hilfe der von Wittwer ermittelten Eichkurve für andere IR-Wellenlängen umgerechnet werden. Hierbei ergeben sich bei Heliumtemperatur für η die in Tab. 6 angeführten Zahlenwerte. Hieraus wird ersichtlich, daß für die Kristalle ZnO 1 bzw. ZnO 2 absolute Quantenausbeuten im Prozentbereich möglich sind.

	0,9 μm	2,5 μm	5 μm
ZnO 1	$1{,}5 \times 10^{-3}$	$3{,}6 \times 10^{-2}$	5×10^{-2}
ZnO 2	$4{,}8 \times 10^{-4}$	$1{,}1 \times 10^{-2}$	$1{,}6 \times 10^{-2}$

Tab. 6 Vergleich der absoluten Quantenausbeuten für ZnO 1 und ZnO 2.

Für etwaige Anwendungen (vor allem bei Detektion absoluter IR-Quantenzahlen) muß die schwache Abhängigkeit vom UV-Anregungszustand, vor allem aber die starke Temperaturabhängigkeit der Quantenausbeute berücksichtigt werden. Überdies muß berücksichtigt werden, daß eine zu starke Dotierung der Kristalle, wie bei ZnO 3 und ZnO 4, zu einer Erniedrigung der Quantenausbeute um mindestens eine Größenordnung führt. Für IR-Detektoren orientiert man sich meist an der üblichen Detectivity D_{λ}^{*} / 25 /:

$$(20) \quad D_{\lambda}^{*} = \frac{1}{2hc} \cdot (\eta / Q_B)^{1/2} \quad ;$$

(η: Quantenausbeute, Q_B: Photonenfluß vom Hintergrund); IR-Detektoren, die in vergleichbaren Wellenlängenbereichen funktionieren, sind durch die in Tab.7 notierten Werte ausgezeichnet.

	Operations-temperatur	Peakwellen-länge	D_{λ}^{*} (cm $Hz^{1/2}$ W^{-1})
PbS	300 K	2,5 μm	10^{11}
InSb	80 K	5 μm	10^{11}
Ge:Au	80 K	5 μm	10^{10}

Tab. 7 Detectivity-Werte für PbS, InSb, Ge:Au (entnommen aus / 25 /).

Die Größen D_{λ}^{*} können natürlich durch Verringerung der IR-Hintergrundstrahlung wesentlich verbessert werden. Hierbei kann man davon ausgehen, daß die bei der durchgeführten Messung vorliegende Hintergrundstrahlung (Verringerung um Faktor 10^{10}) den theoretischen Detectivity-Tabellenwert um den Faktor $10^{5\pm2}$ verbessern würde. Die Größenordnung der Detektivity bei reduzierter Hintergrundstrahlung bei den käuflichen Detektoren liegt also bei $D_{\lambda}^{*} = 10^{16\pm2}$ cm $W^{-1}\sqrt{Hz}$; zum Vergleich hierzu sei die Größenordnung für ZnO 1 bei 5 μm abgeschätzt:

$$D_5\mu^{m^*} = \frac{\sqrt{10^{-3}\,cm^4 s \;/\; 10^6}}{2 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ Js \cdot 3 \cdot 10^{10}\ cm/s} = 7{,}9 \cdot 10^{17}\,cm\ W^{-1}\ \sqrt{Hz}\ ;$$

Man erkennt, daß der ZnO(Cu)-Kristall, der auf einem vollkommen neuen IR-Detektionsmechanismus beruht (Frequenzverstärkung durch Stimulation von getrapten Ladungsträgern mit nachfolgender optischer Emission) eine Detectivity D_λ^* besitzt, die größenordnungsmäßig in die Reihe bekannter IR-Detektoren einzuordnen ist.

2.5 Zusammenfassung der wesentlichen Meßergebnisse

(1) Die Glowkurvenmessungen für die Kristalle ZnO 1, ZnO 2 und ZnO 5 ergeben die Existenz flacher Haftstellen bereits für $T < 8$ K; bei den stark dotierten Kristallen ZnO 3 und ZnO 4 fehlen diese gänzlich im Haftstellenspektrum. Die Entleerung der Traps kann sowohl thermisch als auch optisch durch IR-Einstrahlung erfolgen. Die Bestimmung der energetischen Tiefe der Haftstellen erfolgt durch Kombination der Ergebnisse beider Methoden / 3 / .

(2) Die Lebensdauer der grünen Lumineszenz folgt einer Temperaturabhängigkeit $\tau(T) = \tau(T_o) / (1 + a \exp(-E / kT))$ (Werte von a und E siehe (6)); diese konnte sowohl für die UV-Anregung als auch für die IR-Stimulation ermittelt werden. Für $T < 30$ K ist τ nahezu temperaturunabhängig. Im Bereich um $T_B = 43$ K zeigt $\tau(T)$ eine steil abfallende Flanke. Für $T > 50$ K ist τ wegen der geringen Quantenausbeute nur schwer meßbar. Die Werte $\tau(T < 30$ K) schwanken für die verschieden dotierten Kristalle ZnO 1 bis ZnO 5 zwischen 140 und 360 ns. Die Lebensdauerwerte sind nicht nur stark temperaturabhängig, sondern auch dotierungsabhängig. Eine zu starke Dotierung trägt nicht nur zu einer deutlichen Abnahme der Lebensdauer, sondern zu nichtexponentiellem Verhalten des Abklingens bei.

(3) Bei den Abklingkurven nach IR-Stimulation erhält man gleiches Langzeitverhalten wie beim UV-Abklingen, davor aber eine Verschiebung der maximalen Intensität um etwa 40 ns bei Heliumtemperatur. Nach einem möglichen Diffusionsprozeß der Löcher im Valenzband ($\tau_p = 10^{-8}$s) darf die Abklingzeit nicht mehr von der Anregungsart abhängig sein. Dieses Verhalten stellt man bei den verwendeten Kristallen fest.

(4) Die Abklingkurven bei den Kristallen ZnO 1, ZnO 2 und ZnO 5 sind über drei Zehnerpotenzen hinweg innerhalb der Meßgenauigkeit durch Exponentialfunktionen approximierbar. Im Bereich der starken Veränderlichkeit der Lebensdauer ist zu beachten, daß geringe Schwankungen der Probentemperatur ($\pm$ 2 K) zu beträchtlichen Abweichungen von der Exponentialfunktion führen.

(5) Die spektrale Auflösung der Abklingkurven zeigte keine Abhängigkeit der Lebensdauer von der Wellenlänge.

(6) Die relative Quantenausbeute $Q(T)$ besitzt dieselbe funktionale Form wie $\tau(T)$. Sie kann also gut an die Funktion

$$(21) \quad Q(T) = Q(T_0) / (1 + a' \exp(-E' / kT));$$

angepaßt werden. Hieraus kann man durch Vergleich der Fitkurve mit der Meßkurve die Fitparameter a' und E' ermitteln. Insbesondere ergibt sich:

$$a = a' = 6 \times 10^3; \quad E = E' = 32 \text{ meV};$$

Die absolute Quantenausbeute bei ZnO 1 bzw. ZnO 2 liegt bei $\eta \approx 10^{-2}$. Dies entspricht einem Detectivity-Wert von $D^*_{5\mu m} \approx 10^{17} \text{cm W}^{-1}\sqrt{\text{Hz}}$ (Hintergrundstrahlung: 10^6 Photonen/cm^2s).

(7) Bei den stark dotierten Kristallen ZnO 3 und ZnO 4 kann ein abweichendes Verhalten von den schwächer dotierten Kristallen ZnO 1, ZnO 2 und ZnO 5 festgestellt werden. Die Abklingkurven werden zu kleineren Zeiten ($t < 50$ ns) hin steiler und verhalten sich nicht exponentiell; die Maximumsverschiebung bei den IR-Abklingkurven wird kleiner. Die Quantenausbeute ist mindestens um eine Größenordnung kleiner als bei den Kristallen ZnO 1 und ZnO 2.

(8) Bei allen Kristallen ist noch eine hier nicht näher betrachtete, langsame Komponente des Abklingens zu beobachten / 21 /. Insbesondere für $T > 50$ K wirkt sich diese Komponente auf die Lumineszenzausbeute aus. Bei den stärker dotierten Kristallen kommt es bereits bei $T < 40$ K zur Ausbildung eines prompten Rekombinationskanals, der bei den schwächer dotierten Kristallen auch für Temperaturen $T > 50$ K hervortritt.

(9) Die Kristalle ZnO 1 und ZnO 2 zeigen den von Wittwer beschriebenen Effekt eines "negativen Glowpeaks". Ein bei 100 K mit UV bestrahlter ZnO-Kristall wird unter stationärer IR-Einstrahlung abgekühlt. Entgegen üblicher Verhaltensweise - Auslöschung des Nachleuchtens - tritt bei etwa 50 K ein steiler Anstieg der grünen Lichtemission ein. Bei 20 K nimmt die Leuchtintensität wieder ab.

Die ansteigende Flanke fällt gerade mit der Flanke der $\tau(T)$- bzw. Q(T)-Kurve zusammen. Die bei tiefen Temperaturen abfallende Flanke des negativen Glowpeaks trifft mit dem Auftreten weiterer flacher Haftstellen zusammen.

2.6 Diskussion - Modifiziertes Lumineszenzmodell für ZnO(Cu)

Die Kombination der Meßergebnisse anderer Autoren mit den in 2.5 zusammengefaßten neuen Daten lassen ein konsistentes Lumineszenzmodell für das Leuchtzentrum in ZnO(Cu) zu. Ausgangspunkt für das Modell sind die Arbeiten von Dingle / 1 / , Mollwo / 2 / und Wittwer / 3 / , die folgende Ausgangssituation ergeben :

Für die grüne Emissionsbande in ZnO(Cu) sind die auf Zinkgitterplatz eingebauten Kupferatome verantwortlich. Je nach Lage des Ferminiveaus liegt das Zentrum als Cu^{+} oder Cu^{++} vor. Die energetische Lage wird zu 190 meV unter der Leitungsbandkante abgeschätzt. Das Cu^{+}-Zentrum kann, da es relativ zum Gitter negativ geladen ist, ein Loch einfangen. Hiernach ergibt sich die Möglichkeit der Rekombination unter Lichtemission :

$(Cu^{+})^{+} \longrightarrow Cu^{++} + h\nu$.

Der Grundzustand von $(Cu^{+})^{+}$ liegt etwa 400 meV über der Valenzbandkante. Bei hinreichend tiefen Temperaturen sind angeregte Zustände von Cu^{+} möglich, die hohe Einfangquerschnitte für Löcher besitzen. Ähnliche Zentren wurden schon in Silizium und Germanium festgestellt / 24 / (Bandschema in Abb.29) .

Das Niveau des Rekombinationszentrums hat größenordnungsmäßig die gleiche Tiefe wie flache Haftstellen in ZnO(Cu). Rekombinationszentren und Haftstellen unterscheiden sich definitionsgemäß durch die verschieden langen Verweildauern von Ladungsträgern an ihnen.

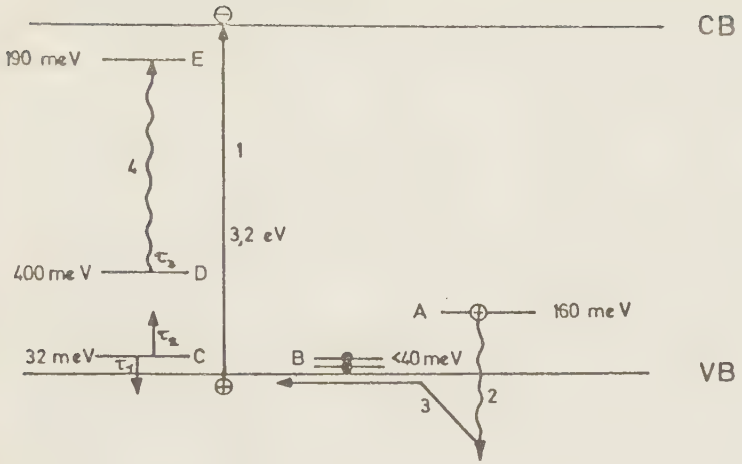


Abb. 29 Bandschema von ZnO(Cu) - Modell für die am Lumineszenzprozeß beteiligten Übergänge.

1 UV-Anregung
2 Anregung eines Loches durch IR-Absorption (IR-Stimulation)
3 Löcherdiffusion zum Cu-Zentrum
4 Rekombination am Cu-Zentrum (grüne Emissionsbande)

A Löcherhaftstelle
B Flache Löcherhaftstellen
C Zusätzliches Energieniveau (angeregter Zustand von D)
D Gebundener Zustand des Loches am Cu-Zentrum
E Grundzustand des Cu-Zentrums.

Die in d i e s e r Arbeit experimentell ermittelten, rein exponentiellen Abklingkurven und die Unabhängigkeit der Lebensdauer von der Wellenlänge des emittierten Lichtes unterstützen die Vorstellung eines einfachen Rekombinationszentrums .
Die in 2.4 ermittelte Abhängigkeit der Lebensdauer und der Quantenausbeute von Temperatur und Dotierung ist durch ein flaches und somit temperaturabhängiges Z w i s c h e n n i v e a u des Rekombinationszentrums mit bei tiefer Temperatur langer Lebensdauer erklärbar. Dieses wird im folgenden neu in das bereits bestehende Modell eingebracht. Ein eingefangenes Loch hat hierbei die Möglichkeiten, entweder in den tiefen Grundzustand des Zentrums (400 meV) überzugehen und nachfolgend strahlend zu rekombinieren oder thermisch ins Valenzband reemittiert zu werden. Im Valenzband unterliegt das Loch Konkurrenzprozessen mit verschiedenen Einfangquerschnitten. Hierfür spricht auch die bei gepulster IR-Einstrahlung beobachtete Maximumsverschiebung. Sie kann durch eine Diffusion von Löchern im Bandkantenbereich erklärt werden. Diese Annahme wird zudem durch die IR-stimulierten Leitfähigkeitsmessungen von Wittwer / 3 / gestützt. Die beobachtete Diffusionsdauer von 10^{-8}s könnte dadurch zustande kommen, daß die durch IR-Einstrahlung ins Valenzband entleerten Löcher in flache Haftstellen ($E < 10$ meV) zurückfallen, die durch die Gitterpolarisation energetisch etwas abgesenkt sind. Von dort werden sie ins Valenzband reemittiert und schließlich von dem Rekombinationszentrum ($E = 32$ meV) eingefangen.
Bei UV-Anregung wird diese Zeitverschiebung des Intensitätsmaximums nicht beobachtet, da die Löcher direkt am Zentrum entstehen können. Die durch UV-Anregung erzeugten Löcher unterliegen ebenfalls Konkurrenzprozessen, z.B. Einfang in unbesetzte Löcherhaftstellen.

Da in der Literatur bisher reaktionskinetische Ansätze für einen n-Leiter explizit nicht vorliegen, wurden diese für den n-Leiter ZnO(Cu) unter Verwendung obiger Modellvorstellungen und unter Einbeziehung eigener Meßdaten entwickelt. Der Lösungsweg ist analog dem Weg von van der Does / 22 / für p-Leiter gewählt.

In Abb. 30 sind die möglichen Konfigurationen des Rekombinationszentrums angegeben.

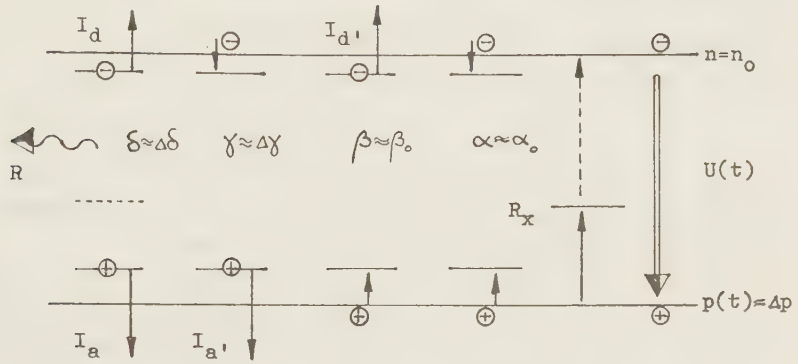


Abb. 30 Konfigurationen des Rekombinationszentrums

α : Cu^{++}-Zentrum β : Cu^{+}-Zentrum
γ : (Cu^{++})-Zentrum mit gebundenem Loch
δ : Cu^{+}-Zentrum mit gebundenem Loch.
α_o, β_o : Gleichgewichtskonzentrationen
$\Delta\gamma, \Delta\delta$: Konzentrationsänderungen.

Zur Formulierung der Reaktionsgleichungen werden folgende Größen definiert (Abb.30) :

n(t) : Konzentration der Elektronen im Leitungsband für den n-Leiter ZnO(Cu) gilt : $n(t) \approx n_o$;

p(t) : Konzentration der Löcher im Valenzband für den n-Leiter gilt : $p(t) \approx \Delta p$;

$I_d, I_{d'}$: Thermische Emissionskoeffizienten für Elektronen ins Leitungsband(I_d unterscheidet sich von $I_{d'}$ durch Coulombsche Korrektur)

$I_a, I_{a'}$: Thermische Emissionskoeffizienten für Löcher ins Valenzband (I_a unterscheidet sich von $I_{a'}$ durch Coulombsche Korrektur)

B_α , B_β, $B_{\delta,\gamma}$: Trappingkonstanten für Löcher bzw. Elektronen

R : Strahlende Rekombinationsrate

R_x : Nichtstrahlende Rekombinationsrate .

Bei UV-Anregung ergibt sich folgender Ansatz :

(30) $U(t) - d\,\Delta p/dt = -I_a \cdot \Delta\delta - I_{a'} \cdot \Delta\gamma + (B_\beta \beta_o + B_\alpha \alpha_o + R_x)\Delta p ;$

(31) $- d\,\Delta\delta/dt = (R + I_d + I_a)\Delta\delta - B_\gamma \cdot n_o \Delta\gamma - B_\beta \beta_o \Delta p ;$

(32) $- d\,\Delta\gamma/dt = (I_{a'} + B_\gamma \cdot n_o)\Delta\gamma - B_\alpha \alpha_o \Delta p - I_d \Delta\delta ;$

Obiges Gleichungssystem (30) - (32) wird nun zur Algebraisierung einer Laplace-Transformation unterworfen :

(33) $U(s) = (s + B_\beta \beta_o + B_\alpha \alpha_o + R_x) \Delta p(s) - I_a \Delta\delta(s) - I_{a'} \Delta\gamma(s) ;$

(34) $0 = -B_\beta \beta_o \Delta p(s) + (s + R + I_d + I_a) \Delta\delta(s) - B_\gamma n_o \Delta\gamma(s) ;$

(35) $0 = -B_\alpha \alpha_o \Delta p(s) - I_d \Delta\delta(s) + (s + I_{a'} + B_\gamma n_o) \Delta\gamma(s) ;$

Die Lösung der charakteristischen Gleichung erfolgt mit Hilfe der Cramer 'schen Regel .
Nimmt man für $U(t) = U_o \cdot \delta(t)$ an , so wird $U(s) = U_o$.
Die Lösungen für obige Differentialgleichungen sind die Wurzeln r_i der Gleichung $D(s) = 0$, mit $D(s)$:

(36) $$D(s) = \begin{vmatrix} (s + B_\beta \beta_o + B_\alpha \alpha_o + R_x) & -I_a & -I_{a'} \\ -B_\beta \beta_o & s + R + I_d + I_a & -B_\gamma \cdot n_o \\ -B_\alpha \cdot \alpha_o & -I_d & (s + I_{a'} + B_\gamma n_o) \end{vmatrix}$$

Hieraus ergibt sich : $A = \sum_{i=1}^{3} A_i \cdot \exp (- r_i t) ;$

r_i sind die Relaxationsraten, $1/r_i$ ergeben die entsprechenden Lebensdauern. Die möglichen Lösungen implizieren in der Laplacetransformierten Terme von der Form $(s + r_i)^{-1}$. Hiermit ergibt sich :

(37) $D(s) = s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_o ;$
wobei $a_2 \approx r_1$, $a_1 \approx r_1 r_2$, $a_o \approx r_1 r_2 r_3$ mit der realistischen Annahme : $r_1 \gg r_2 \gg r_3$.

$1/r_3$ beschreibt in diesem Falle die Lebensdauer des strahlenden Übergangs. Nunmehr können die Relaxationsraten abgeschätzt werden :

(38) $r_1 = I_{a'} + B_\gamma n_o + R + I_d + I_a + B_\beta \beta_o + B_\alpha \cdot \alpha_o + R_x ;$

$$(39)\quad r_1r_2 = (R + I_d + I_a)(I_{a'} + B_\gamma n_o) - B_\gamma n_o I_d + (B_\beta\beta_o + B_\alpha\alpha_o + R_x)(I_{a'} + B_\gamma n_o) - I_a B_\beta\beta_o + (B_\beta\beta_o + B_\alpha\alpha_o + R_x)(R + I_d + I_a) - I_{a'} B_\alpha\alpha_o ;$$

$$(40)\quad r_1r_2r_3 = R_x(I_dI_{a'} + I_aI_{a'} + I_aB_\gamma n_o) + R(B_\gamma n_o(R_x + B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o) + I_{a'}(R_x + B_\beta\beta_o)) ;$$

Aus den zeitabhängigen Lösungen (mit Anregung $U(t) = U_o \cdot \delta(t)$) erhält man die stationären Lösungen durch $s = 0$ und durch Ersetzen von $U(t)$ durch U_{st}. Mit $D(s = 0) = r_1r_2r_3$ erhält man:

$$(41)\quad \Delta\delta = U_{st}(B_\beta\beta_o(I_{a'} + B_\gamma n_o) + B_\gamma n_o B_\alpha\alpha_o) / (r_1r_2r_3) ;$$

Sind die Anstiegszeiten und die Abfallszeiten des Anregungsimpulses größer als $1/r_1$ bzw. $1/r_2$, so kann man mit $r_1 \gg s$ und $r_2 \gg s$ folgende realistische Näherung finden :

$$(42)\quad D(s) = r_1r_2(s + r_3);$$

Zur Vereinfachung des Terms kann man das experimentelle Ergebnis $\tau(T) \propto Q(T)$ heranziehen :

$$(43)\quad I/\tau = d \cdot R\Delta\delta r_3 = d \cdot R \cdot F \cdot U_{st}/(r_1r_2)$$

mit $F = B_\beta\beta_o(I_{a'} + B_\gamma n_o) + B_\gamma n_o B_\alpha\alpha_o$;

(und d : Dicke der Probe , $I = d \cdot R\Delta\delta$ Photonen/cm^2s)

Für den stationären Fall ergibt sich dann :

$$(44)\quad \Delta\delta = U_{st}F / (r_1r_2r_3) ;$$

Der Ausdruck $I/(\tau \cdot d \cdot U_{st})$ muß temperaturunabhängig sein, wobei I die Intensität des emittierten Lichtes und τ die Lebensdauer des Leuchtzentrums bedeuten. Es gilt :

$$(45)\quad r_1r_2 = R(I_{a'} + B_\gamma n_o + B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o + R_x) + I_dI_{a'} + I_aI_{a'} + [(R_x + B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o)(I_d + B_\gamma n_o) + I_{a'}(R_x + B_\beta\beta_o) + I_a(R_x + B_\alpha\alpha_o)] ;$$

Um der Forderung der Temperaturunabhängigkeit des Quotienten I/τ gerecht zu werden, müssen die konstanten Terme und die Produkte der exponentiell von der Temperatur abhängigen Terme I_a, $I_{a'}$, $B_\gamma n_o$ und I_d aus r_1r_2 entfernt werden. Zudem müssen Näherungen, die I_a und $I_{a'}$ enthalten, ausgeschlossen werden. Eine mögliche Näherung ist :

$$(46)\quad I/(\tau \cdot U_{st} d) = R\,F\,/(r_1r_2) = \frac{B_\gamma n_o \cdot R\ (B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o)}{(B_\gamma n_o + I_d)(R_x + B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o)}$$

Abkürzend wird für $I/(t \cdot U_{st} d) = k$ verwendet. Mit Hilfe der Gleichgewichtsstatistik / 22 / kann gezeigt werden, daß $B_\gamma n_o$ / ($B_\gamma n_o + I_d$) nahezu konstant ist. Überdies wird I_d für tiefe Temperaturen annähernd null. Dies bedeutet eine weitgehend konstante Konzentration der Elektronen an den tiefen Donatoren in n-Leiter ZnO(Cu).

Unter Verwendung folgender, weiterer Näherungen erhält man als Ergebnis für die Relaxationsraten :

(47) $R_x + B_\alpha \alpha_o + B_\beta \beta_o \gg I_d + B_\gamma n_o \gg R + I_a$;

(48) $r_1 = R_x + B_\alpha \alpha_o + B_\beta \beta_o$;

(49) $r_2 = I_d + B_\gamma n_o$;

(50) $$r_3 = \frac{B_\gamma n_o}{I_d + B_\gamma n_o} \Bigg\{ \underbrace{\frac{R_x \cdot \left[I_a + I_d I_a' / (B_\gamma n_o) \right]}{R_x + B_\alpha \alpha_o + B_\beta \beta_o}}_{\text{Teil I}} + \underbrace{R}_{\text{Teil II}} \Bigg\} ;$$

Der Ausdruck für r_3 zeigt die von den experimentell ermittelten Kurven her bekannte mathematische Struktur. Im Teil II erkennt man den temperaturunabhängigen Term mit der Rate R für strahlende Rekombinationen; dieser Ausdruck ist für den flach abfallenden Teil der Lebensdauerkurve verantwortlich. Der erste Summand I enthält die exponentiell von der Temperatur abhängigen Raten I_a und I_a' und demonstriert den thermischen Emissionseffekt der Löcher in das Valenzband. Der Teil I verursacht somit die steil abfallende Flanke in der Lebensdauerkurve und bedingt somit auch den Breakpoint T_B. Der Vorfaktor ist, wie bereits erwähnt, wegen Kompensationseffekten nahezu temperaturunabhängig.

r_2 ist ein Maß für die Geschwindigkeit, mit der Elektronen zwischen Donatoren und dem Leitungsband ausgetauscht werden und ist somit ein Maß für die Übergänge zwischen δ und γ-Paaren.

Weiterhin sei nun der Zusammenhang der Quantenausbeute mit der Rekombinationsrate reaktionskinetisch aufgezeigt. Für die Intensität folgt mit den oben abgeleiteten Beziehungen:

$$(51)\quad I = d\cdot R_i\delta = \frac{U_{st}\cdot d\cdot(B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o)\cdot R}{(R_x+D)\left\{R+\left[R_x/(R_x+D)\right]\cdot\left[I_a + I_a' I_d/(B_\gamma n_o)\right]\right\}};$$

mit $D = B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o$;

(52) $I = k\cdot U_{st}\cdot d\cdot(1/r_3)$ mit temperaturunabhängigen $kU_{st}d$.

$1/r_3$ und η zeigen dasselbe mathematische Verhalten bezüglich ihrer Temperaturabhängigkeit. Die Quantenausbeute kann nun folgendermaßen abgeschätzt werden :

$$(53)\quad \eta = I/(U_{st}\cdot d)\ ;$$

$$= \frac{R(B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o)}{(R_x+D)\left\{R + R_x\left[I_a + I_d I_a'/(B_\gamma n_o)\right]/(R_x+D)\right\}};$$

Für Temperaturen, die gegen $T_o = 5K$ streben , gilt :

$$(54)\quad \eta_o = D/(R_x+D)\ ;\ \text{oder :}$$

$$1-\eta_o = R_x/(R_x+D)\ ;$$

Der Term $R_x + D = R_x + B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o$ beschreibt mögliche Konkurrenzprozesse für freie Löcher, die sich im Valenzband bei tiefen Temperaturen befinden. Es gilt :

$$(55)\quad \tau_p = (R_x+D)^{-1}\ ;\ \text{hiermit erhält man :}$$

$$(56)\quad \eta_o = D\cdot\tau_p = (B_\alpha\alpha_o + B_\beta\beta_o)\,\tau_p\ ;$$

$$(57)\quad \eta = D/\left\{(R_x+D)\left(1 + R_x\left[I_a + I_d I_a'/(B_\gamma n_o)\right]/\left[(R_x+D)\cdot R\right]\right)\right\};$$

$$(58)\quad \frac{\eta}{\eta_o} = \left\{1 + \frac{R_x\left[I_a + I_d I_a'/(B_\gamma n_o)\right]}{(R_x+D)\cdot R}\right\}^{-1} =$$

$$= \left\{1 + (1-\eta_o)\left(I_a + I_d I_a'/(B_\gamma n_o)\right)/R\right\}^{-1};$$

Führt man noch die Näherungen $I_d \approx 0$ für $T \approx T_o$ und $I_a \approx I_a'$ durch, so erhält man :

$$(59)\quad \frac{\eta}{\eta_o} = \left\{1 + (1-\eta_o)\cdot I_a/R\right\}^{-1};\ \text{mit } I_a = B_\alpha\frac{N_v}{g}\exp(-E_A/kT).$$

Mit Hilfe der abgeleiteten Beziehungen und den experimentell ermittelten Daten können erstmals Retrappingkonstanten für Löcher in ZnO(Cu) abgeschätzt werden. Aus Vergleichsmessungen und den hier durchgeführten Messungen weiß man, daß $\eta_o < 10^{-2}$. Somit erhält man :

$$(60)\quad \eta/\eta_o = \left(1 + \frac{B_\alpha N_v \tau_r}{g} \exp(-E_A/kT)\right)^{-1} ;$$

Unter Verwendung der Breakpoint-Temperatur T_B, für die $\eta/\eta_o = 1/2$ erhält man :

$$(61)\quad B_\alpha = \frac{g}{N_v \tau_r} \exp(E_A/kT_B) ;$$

Verwendet man zur Abschätzung die experimentellen Daten und vorhandene Literaturwerte / 26 / , so ergibt sich mit :

$T_B = 43$ K , $E_A = 32$ meV , $\tau_r = 360$ ns , $g = 3$, $N_v = 4 \times 10^{16} cm^{-3}$

$$B_\alpha = 1{,}0 \times 10^{-6}\ cm^3 s^{-1} ;$$

Der hier erstmals für ZnO(Cu) bestimmte Wert ist vergleichbar mit Werten für Trappingraten, die von negativ geladenen Zentren in GaP, die ebenfalls Löcher einfangen, bekannt sind. Diese liegen bei $B = 5 \times 10^{-7}\ cm^3 s^{-1}$ / 23 / und sind somit nur geringfügig kleiner als der Wert in ZnO(Cu).

Die Maximumsverschiebung der Intensität bei IR-Anregung kann durch eine zusätzliche Relaxationszeit berücksichtigt werden. Dies kommt in der Laplacefunktion als weiterer Term $(s + r_p)^{-1}$ zum Ausdruck. Die zugehörige Lösungsfunktion muß einen Ausdruck $(\exp(-r_i t) - \exp(-r_p t))$ enthalten, der bei null beginnt und endet. Die Größenordnung von τ_p konnte aus der Maximumsverschiebung zu 10^{-8}s experimentell bestimmt werden. Dieser Wert kann mit Hilfe obiger Trappingrate größenordnungsmäßig abgeschätzt werden. Hierzu werden folgende Größen herangezogen :

$\eta_o \approx 10^{-3}$, $B_\alpha = 10^{-6}\ cm^3 s^{-1}$, $\alpha_o \approx 10^{11}\ cm^{-3}$ (Konzentration flacher Traps mit $E < 10$ meV)

Hieraus erhält man : $\tau_p \approx 10^{-8}$s .

Aus Überlegungen zur Beweglichkeit von IR-stimulierten Löchern im Valenzband schätzte Wittwer / 3 / einen Wert von $\tau_p \approx 10^{-9 \pm 1}$s aus Leitfähigkeitsmessungen ab. Dieser Wert stimmt mit dem in dieser Arbeit experimentell ermittelten und theoretisch abgeschätzten Wert überein.

Nach diesen Betrachtungen kann man sich den Rekombinationsprozeß in ZnO(Cu) zusammenfassend wie folgt vorstellen : Für Temperaturen, die kleiner sind als die hier gemessene Breakpoint-Temperatur T_B = 43 K, können bereits vorhandene oder durch Anregung erzeugte Cu^+-Zentren mit der in dieser Arbeit aus Meßdaten und Modellrechnung bestimmten hohen Trappingrate $B = 1{,}0 \times 10^{-6} cm^3 s^{-1}$ Löcher aus dem Valenzband in den angeregten Zustand einfangen, es bildet sich $(Cu^+)^+$. Hiernach folgt der Übergang in den Grundzustand des Zentrums mit langer Lebensdauer von 140 bis 360 ns (je nach Kristalldotierung), nachfolgend der schnelle strahlende Rekombinationsprozeß zu Cu^{++} (dieser Prozeß sollte sich in der Größenordnung der Rekombinationszeiten für gebundene Exzitonen $< 10^{-9}$s abspielen).

Weiterhin hat sich ergeben, daß temperatur- und dotierungsbedingte Konkurrenzprozesse zum strahlenden Übergang zu einer Verkürzung der Lebensdauer führen. In der Umgebung der Breakpoint-Temperatur beginnt die thermische Entleerung des flachen Zwischenniveaus ins Valenzband in Konkurrenz zum strahlenden Prozeß gleich stark aufzutreten. Für Temperaturen, die bedeutend höher als die Breakpoint-Temperatur sind, dominieren die thermischen Emissionsprozesse über die strahlenden Rekombinationsprozesse.
Bei hohen Temperaturen (T >60 K) wird auch die Tatsache bedeutend, daß bei diesen Temperaturen die Cu^+-Zentren Elektronen ins Leitungsband abgeben. Somit sinkt die Zahl möglicher Zentren ab, die Quantenausbeute des beschriebenen Übergangs nimmt zusätzlich erheblich ab. Zudem treten verstärkt Trappingprozesse in tiefere Haftstellen ein, überdies kommt es zu nichtstrahlenden Rekombinationen, die ebenfalls eine wesentliche Abnahme der Quantenausbeute zur Folge haben.

Das beschriebene Modell erlaubt auch eine Deutung des eingangs erwähnten negativen Glowpeaks: Der UV-angeregte Kristall wird unter IR-Einstrahlung abgekühlt. Für $T > T_B$ können durch IR freigesetzte Löcher nur mit geringer Wahrscheinlichkeit von den Leuchtzentren eingefangen werden. Bei $T < T_B$ können diese Löcher dann mit großem Einfangquerschnitt von den Leuchtzentren eingefangen werden und strahlend rekombinieren. Die Folge ist die beobachtete Steigerung der Intensität. Bei etwa 20 K wird die Zahl der IR-stimulierten Löcher durch die Einfangmöglichkeit in flachere Haftstellen reduziert. Diese Haftstellen bilden sich in den schwach dotierten Kristallen unterhalb 20 K aus. Die Intensität muß also wieder abnehmen. Das Verhalten der Lumineszenz bei der negativen Glowkurve bietet ein weiteres Indiz für das vorgeschlagene Modell.

3 Fachdidaktischer Teil

3.1 Aufgabenfeld der Fachdidaktik der Physik

Am Beginn dieses fachdidaktischen Abschnitts der Arbeit soll eine Standortbestimmung der Didaktik der Physik stehen. Aufgabe einer Fachdidaktik ist es, den Fachunterricht nach Zielen, Formen und Bedingungen unter bildungs-, lern- und informationstheoretischen Gesichtspunkten zu erläutern. Kuhn schreibt / 28 /:"Unter dem Begriff Didaktik werden alle Fragen zusammengefaßt, die mit der Lehre des betreffenden Faches zusammenhängen. Sie ist die Wissenschaft vom Lehren und Lernen, die Theorie der Bildungsinhalte, ihrer Struktur, Auswahl und Organisation in einem Lehrkanon." Jung / 29 / gibt folgende Definition: "Didaktik der Physik ist ihrer Intention nach eine angewandte Wissenschaft, deren Gegenstand das Lernen der Physik ist." In den Empfehlungen der Bildungskommission des deutschen Bildungsrates(Strukturplan für das Bildungswesen S.246, zitiert in /28/)findet man weitergehende Ausführungen: "Die Aufgabe, die Wissenschaft zu elementarisieren und den Unterricht an der Wissenschaft zu orientieren, bezeichnet genau den Auftrag der Fachdidaktik, nämlich so zu lehren, daß der Anschluß sowohl zum Schüler als auch zur Forschung hin gewahrt wird." Die Hauptaufgabe der Fachdidaktik soll also die Transposition wissenschaftlicher Ergebnisse und der Methoden der Physik sein. Das Hauptproblem lag bisher im Selbstverständnis der Fachdidaktik der Physik. Heute bezieht sie eine klare Position; die Zuordnung zum Fach Physik wird in den Vordergrund gestellt, dabei wird jedoch ihre Brückenfunktion zu den psychologisch-pädagogischen Aufgabenbereichen nicht vernachlässigt. Die Fachdidaktik ist somit keine isolierte Wissenschaft, sondern eine mit vielen Disziplinen kommunizierende.
Sie bezieht eine Reihe von Aufgaben aus der Struktur des menschlichen Lernens / 30 /, das sich in verschiedenen Ebenen abspielt. Komponenten der Fachdidaktik, wie die fachwissenschaftliche, gesellschaftswissenschaftliche, psychologische, praktische, technische und philosophische Komponente, unterliegen je nach dem Grundtenor einer Arbeit unterschiedlicher Bewertung.

In dieser Arbeit steht gerade die fachwissenschaftliche Komponente im Vordergrund, wobei interdisziplinäre Ausblicke möglich werden. Zusammenfassend kann man gerade bei Betonung der fachwissenschaftlichen Seite der Fachdidaktik einige Problemkreise ausgliedern, so

- das Problem der Zielsetzungen
- das Problem der Transformation fachlicher Inhalte auf ein angemessenes altersbedingtes Niveau
- das Problem der Vermittlung im Unterricht (Aspekte der Methodik sind gerade hier von entscheidender Bedeutung).

Die Fachdidaktik hat also nicht nur die Aufgabe, Bildungs- und Lernziele zu formulieren, sondern auch Mittel und Wege bereitzustellen, diese anwendungsorientiert auszufüllen. Dies spielt z.B. im Konzept des Koblenzer Physikcurriculums / 31 / eine entscheidende Rolle: Die Fachdidaktik soll sich hiernach der Aufgabe stellen, den Bildungsgehalt und den Bildungsinhalt der Physik aufzudecken und die Relevanz für den Adressaten festzustellen. Zudem sollte der Fachdidaktiker auf der Basis einer fachdidaktischen Analyse die Lernziele des Faches festlegen (operationalisierte Zielangaben mit meßbarem Erfolg z.B. gemäß der Bloomschen Taxonomie) und die Methoden ihrer Vermittlung empirisch erforschen.

3.2 Zielsetzung des fachdidaktischen Teils

Das Ziel des fachdidaktischen Teils dieser Arbeit besteht darin, fachwissenschaftliche Ergebnisse zunächst in einen breiteren Rahmen einzuordnen und dann in die Unterrichtspraxis zu projizieren.
Im Vordergrund steht dabei die Idee, die besondere Strukturierung der Physik durch Begriffe und Beschreibungsweisen fortzuschreiben, die für verschiedene Teilgebiete gleichermaßen gelten, und so gewissermaßen als übergeordnete Instanzen zur Möglichkeit von Querverbindungen oder überhaupt zu einer anderen Stoffanordnung für einen bestimmten Studiengang führen.
Besteht die übliche Stoffeinteilung durch den Kanon der Physik aus "Mechanik, Wärmelehre, Optik, ...", so könnte z.B. ein weiterer Durchgang durch die Physik in anderen Kategorien oder Querschnitten geordnet sein, wie z.B. "Wechselwirkung von Teilchen", "Schwingungsvorgänge", "nichtlineare Prozesse", "Phasen(übergänge)", ...
Diese Forderung nach Querverbindungen stellt sich auch für den Nichtphysiker, will er ein aktiver Partner unseres naturwissenschaftlich orientierten Zeitalters sein. Auch er benötigt heute zusätzlich zu dem oft allein gesehenen Faktenwissen ein darauf aufbauendes, allgemeines Interesse und die Bereitschaft zu interdisziplinärer Betrachtungsweise. Er sollte auch naturwissenschaftliche Methoden kennen und beherrschen.
Eine Verwirklichung dieser Idee wäre dann erreicht, wenn auch dem Nichtphysiker das Denken in Strukturen, die Anwendung und Auswertung von Modellen, der Transfer von Konzepten nahegebracht werden könnte. Er könnte damit eine Fülle von Einzelproblemen durch eigenes Denken lösen. Voraussetzung hierfür ist jedoch nicht nur, daß "Konzepte" und "Modelle" aufgezeigt werden, sondern daß diese auch transparent gemacht werden.
Einen Beitrag zu dieser Aufgabe der Fachdidaktik sollte diese Arbeit leisten. Sie orientiert sich an einer Forderung von H. Maier-Leibniz, die hier zitiert sei / 32 /:
"Wir brauchen eine Grundausbildung für alle, für jedes nicht zu schmale Fach, mit weniger Angebot an Einzelwissen wie

bisher, aber sehr viel Erziehung zum Üben, zum Selbstlernen, zum V e r s t e h e n als D e n k g r u n d l a g e jeder Anwendung. Lernen, um handeln und weiterlernen zu können, ist wichtiger als Kenntnisse auf Vorrat zu sammeln.

Einen Ansatz zur Erfüllung der Forderung "Verstehen als Denkgrundlage" für den Elementarbereich (Grundschule) bilden wohl die dort manchmal verwendeten grundlegenden Konzepte (Interpretationsstrategien, Prinzipien, Modelle; methodische Ansätze findet man bei Spreckelson / 33 /), wie das Teilchenkonzept, das Wechselwirkungskonzept, das Erhaltungskonzept. Konzepte gehen von den Grundstrukturen eines Faches aus, die im erkenntnistheoretischen Sinne dieses Fach erst konstituieren. Es geht in der Physik also um jene Grundgedanken und Strukturmomente, die den Gegenstand "Natur" überhaupt erst zum Gegenstand unserer Erfahrung machen (Wagenschein / 34 /: "Natur physikalisch gesehen."). Der höhere Erklärungswert der Konzepte zeigt sich in ihrer umfassenden Anwendbarkeit, die Allgemeinheit der Prinzipien in ihrer Aufweisbarkeit am scheinbar banalsten Beispiel.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die "Konzepte" den Vorteil haben, daß sie die Strukturen des Faches abstecken und eine individuelle Ausfüllung des so geschaffenen Rahmens durch exemplarisches Einfügen von Einzelergebnissen ermöglichen.

Entscheidend für diese Art der Physikbearbeitung ist, daß eine Transferleistung des Schülers ("Physiklaie") miteingeplant wird. Im Gegensatz zu anderen Unterrichtsfächern, wie z.B. Sprachen, die größtenteils allein Wissen vermitteln, reicht es in den naturwissenschaftlichen Disziplinen nicht aus, lediglich Einzeldaten wie enzyklopädisches Wissen anzuhäufen; es müssen Methoden eingeübt und der Transfer trainiert werden.

Nicht zu übersehen ist hierbei die lerntheoretische Bedeutung der "Konzepte". Sie erlauben eine neue Verarbeitung bisher bekannter, physikalischer Daten und Modelle unter neuen Aspekten. Der bisherige Stoff wurde also nicht "umsonst" gelernt. Der Schüler befindet sich zudem nicht mehr "mitten in einer Sache", sondern er erkennt, "über einer Sache zu

stehen". Dadurch läßt sich ein sachstrukturell organisiertes Lehrangebot wesentlich besser begreifen und länger behalten als ein unverknüpftes ad hoc-Angebot.
Hierfür bieten die grundlegenden Konzepte eine Möglichkeit. Die Verwirklichung dieser Idee erfolgt natürlich nicht direkt, sondern implizit, d.h. indem man den Unterricht so gestaltet, daß die Wissensvermittlung in den Hintergrund tritt und die typische Denkweise im Vordergrund steht ("entdeckendes Lernen wird in dialektischer Spannung als Lehren des Entdeckens realisiert" / 33 /).
So befinden wir uns in unserem Bemühen um die Konzeptstruktur, ihrer Vermittlung, der Transferanregung wohl im Zentrum der vom Fachphysiker gewünschten Orientierung der Schulphysik.

Auch im Programm der Science Curriculum Improvement Study / 35 / wurden einige grundlegende, allgemein verbindliche Lernziele herausgestellt. Hierbei versuchte man, ein Gerüst von Strukturbegriffen zu entwickeln, die den "scientific point of view" ausdrücken, wie z.B. Körper, System - Teilsystem, Wechselwirkung, Bezugssystem, Teilchen-Feldkonzept, statistische Überlegungen, Relativitätsprinzip u.a.m. .

Leitlinien dieser Art, z.B. solche "Konzepte", sind bis auf einige der oben genannten Beispiele, zumindest in unserer gymnasialen Physik explizit nirgends zu finden.

Diese Arbeit soll gerade auch deshalb einen Beitrag leisten, in dem Bemühen um die Erarbeitung von "Konzepten" fortzufahren. Neben die bekannten "Konzepte" wie Wechselwirkung, Teilchen, Erhaltung sollte das Konzept "Stabilität" treten, um damit eine neue Dimension von physikalischen Systemen zu erschließen.

Eine rein mathematische Abhandlung des Konzeptes "Stabilität" bliebe dem Schüler weitgehend fremd. Der Weg über die Theorie versperrt den Zugang zur Physik in der Schule, da auch die einfachsten mathematischen Hilfsmittel bestenfalls nur latent vorhanden sind. Einen gangbaren Weg für die Schule bildet aber die induktive Zielvorstellung, bei der die Beobachtung von vielen Beispielen, das Herausstellen von systemcharakteristischen Größen, der vorsichtige Versuch der Mathematisierung und der Transfer des einfachen mathematischen

Modells auf kompliziertere Systeme versucht wird. Dies wollen wir auch in dieser Arbeit versuchen.
Das neue Konzept "Stabilität" sollte nicht streng logisch deduziert werden; vielmehr sollte seine Gültigkeit an einer Reihe von Beispielen induktiv verdeutlicht werden.
Der Schüler wird hierbei nicht mit einer "fertigen Physik" konfrontiert und frustriert, er lernt statt dessen durch systematische Beobachtung, Zusammenhänge zu erkennen und Gesetzmäßigkeiten zuerst qualitativ und dann quantitativ zu formulieren. Der Schüler lernt also, wie "Physik gemacht wird" oder "wie man in der Physik arbeitet", indem er seine gewonnenen Ergebnisse auf komplexere Zusammenhänge transferiert.
Die Mathematisierung erscheint dann nicht mehr als ein isoliertes, abstraktes Gebilde, sondern als formale Umsetzung der im Experiment beobachteten Zusammenhänge. Gerade die hieraus resultierende Vorhersagbarkeit von Systemreaktionen sind ein überzeugender Beweis für die Richtigkeit der gefundenen Gesetzmäßigkeiten.

Die Idee, das Konzept "Stabilität" zur weiteren Strukturierung der Physik heranzuziehen und fachdidaktisch auszuwerten, entstand bei der Bearbeitung des Systems "Zinkoxid(Cu) mit Traps".
Bei den Phosphoren handelt es sich um Energiespeicher, in denen die Energie oft jahrhundertelang festliegt / 36 /. Sie kann durch kontrollierte Zufuhr von thermischer bzw. von Infrarotenergie leicht abgerufen werden, wobei man Photonen erhält, deren Energie bedeutend größer als die zugeführte Energie ist. Im weitesten Sinne könnte man von einem "Photonenfrequenzverstärker" sprechen. Man kann Phosphore auch als "Datenspeicher" mit abrufbarem Informationsgehalt betrachten: Das vermeintlich stabile System wird durch eine definierte Störung instabil.
Ähnliche Systeme findet man in allen Teildisziplinen der Physik, so z.B. beim Winkel(Ketten-)heber, beim Zählrohr, beim Uranatom, beim Laser etc.

Bevor nun eine detaillierte Übersicht über die Fragen der "Stabilität" gegeben wird, sollten zunächst die Begriffe "Modell" und "Konzept" analysiert werden.

3.3 Modelle - Konzepte

In diesem Abschnitt sollte nun der Begriff des Konzeptes näher erklärt werden .
Um den Begriff des "Konzeptes" eindeutig charakterisieren zu können, soll der Weg vom physikalischen "System" über das physikalische "Modell" zum physikalischen "Konzept" erläutert werden.

Jedes physikalische System kann durch sogenannte Systemgrößen und Systemparameter beschrieben werden. Ist diese Kategorisierung für den mathematisch Geschulten leicht greifbar, so scheint sie zunächst für den Elementarbereich wenig anwendbar zu sein. Folgendes Beispiel zeigt, daß dies nicht so sein muß:

Physikalisches System	:	frei fallender Körper
Systemgleichung	:	Bewegungsgleichung
(62)	:	$m\ddot{h} = mg + f(\dot{h}) + f_A$;
		f_A : Auftrieb
		$f(\dot{h})$: Reibungsterme
Systemgröße	:	Fallweg h(t)
Systemparameter	:	Erdbeschleunigung
		Masse
		Reibung
		Volumen (wegen Auftrieb) etc.

Versteht man - mathematisiert - unter "System" etwas, was durch einen Typ von Differentialgleichung beschrieben wird (z.B.: schwingungsfähiges System durch Schwingungsgleichung), so sind die Systemgrößen die darinstehenden Variablen (z.B. y beim Federpendel, φ beim Drehpendel, h(t) beim freien Fall) und die Systemparameter (auch Formvariablen genannt) die typischen Konstanten (z.B. Federkonstante und Masse beim Federpendel; Länge L und Erdbeschleunigung beim Fadenpendel).
Um ein reales System näherungsweise vernünftig beschreiben zu können, muß man meistens eine Reihe von Parametern weglassen, z.B. Reibung und Auftrieb beim freien Fall; es bleibt ein minimaler Satz von Größen und Parametern bestehen, der eine Beschreibung des Systems im Sinn einer nähernden Extrapolation zuläßt. Dadurch entsteht ein physikalisches

Modell, ein Idealfall, der in der Natur jedoch nicht oder nur als Grenzfall existiert (z.B. freier Fall: im Vakuum und Inertialsystem; beim Pendel: mathematisches Pendel; bei Drehbewegung: starrer Körper). Reduziert man nun die physikalischen Modelle weiter, so bleiben einige wenige "Grundbausteine" oder "Dimensionen" eines Systems, die sogenannten Konzepte übrig. Mit diesem Abstraktionsprozeß nimmt naturgemäß das Anspruchsniveau um eine Stufe zu. Einen ähnlichen Abstraktionsvorgang findet man übrigens auch in anderen Disziplinen, so z.B. in der modernen Mathematik bei der Strukturierung von Mengen oder in den Sozialwissenschaften bei der Strukturierung von politischen Systemen (Modelle: Demokratie, Diktatur etc.).
Zunächst sollten jedoch die physikalischen Modelle als Vorstufe der Konzepte beleuchtet werden.
Die Möglichkeit, Modelle zu erstellen, wird von Hund / 37 / beschrieben: Er spricht von einem Denkschema, das einem Ausschnitt aus dem Naturgeschehen angepaßt ist, aber zugleich die Natur in bestimmter Weise idealisiert. Insofern gelten die Denkschemata als "Denkmodelle" , die oft als Vorstufe einer auszubauenden Theorie verwendet werden. Modelle werden durch das Zusammenwirken von Erfahrungen, folgerichtigem Denken und bildschaffender Phantasie geschaffen. Sie sind als Denk- und Vorstellungshilfen so lange brauchbar, wie die gedanklichen Folgerungen, die mit ihrer Hilfe gezogen werden, von der Natur bestätigt werden.
Bei der Modellbildung,wie auch später bei der Konzeptbildung, muß man sich deshalb immer über die gemachten Annahmen, Grenzen und über die Anwendbarkeit im klaren sein.
Gerade die zuletzt genannte Anwendbarkeit physikalischer Gesetze und Modelle auf neue, noch unbehandelte Probleme, unterscheidet sie von jenen aus nichtnaturwissenschaftlichen Disziplinen.
Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Modelle liegt also darin, das Wesentliche herauszustellen, Abstraktionen zu ermöglichen, optimales Speichern von Erkenntnissen zu erlauben und Hypothesen zu testen.
Die Frage nach den Modelltypen wird bei Jodl / 38 / beantwortet; es gibt bildliche, symbolische, matnematisierte, materielle (apparatemäßig ausgeführte) Modelle und Gedankenmodelle.

Die Modellmethode ist ein starkes Hilfsmittel unserer Physik. Sie dient der Lösung physikalischer Erkenntnisprobleme und führt zu besserem Verständnis neuer Theorien, falls ein Transfer auf Bekanntes gelingt. In der Schulphysik sind sie überdies als Motivationshilfe sehr beliebt.

Wir wollen nun versuchen, den Begriff "Konzept" mit den bekannten Begriffen "System" und "Modell" in Verbindung zu bringen.
Werden verschiedene Phänomene (Systeme) durch problemorientierte Modelle beschrieben und stellt sich hierbei heraus, daß eine der vielen Eigenschaften eines jeden Modells allen gemeinsam anhaftet, so können analoge Betrachtungen angestellt werden; eine Struktur wird sichtbar, die bei bloßer Betrachtung des Einzelproblems verborgen bliebe. Die verbale Fassung dieser Struktur stellt ein K o n z e p t dar.
Diese Struktur, die sich wie ein roter Faden durch mehrere Modelle zieht, soll nun an einem konkreten Fall vorgeführt werden:

Verschiedene Phänomene - ein fallender Körper im Schwerefeld der Erde, die Bewegung eines Dipols im Plattenkondensator, das Ausrichten einer Magnetnadel zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagneten - werden durch verschiedene Modelle beschrieben. Hierbei stellt sich heraus, daß eine der vielen Eigenschaften eines jeden Modells - in diesem Fall wäre dies die Feldstärke bzw. die "Wechselwirkung" - allen gemeinsam anhaftet; es können analoge Betrachtungen angestellt werden. Eine Struktur wird sichtbar, der übergreifende Begriff wird als Konzept bezeichnet.
Weitere Beispiele sollen die Aussage erhärten:

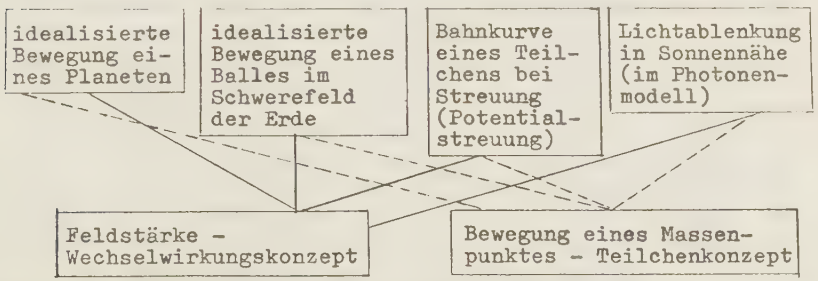


Abb.31 a Blockdiagramm zur Veranschaulichung des Zusammenhangs von Modellen und Konzepten.

Als Vorgriff auf die späteren Betrachtungen sei hier auch das Beispiel der "Stabilität" angeführt.

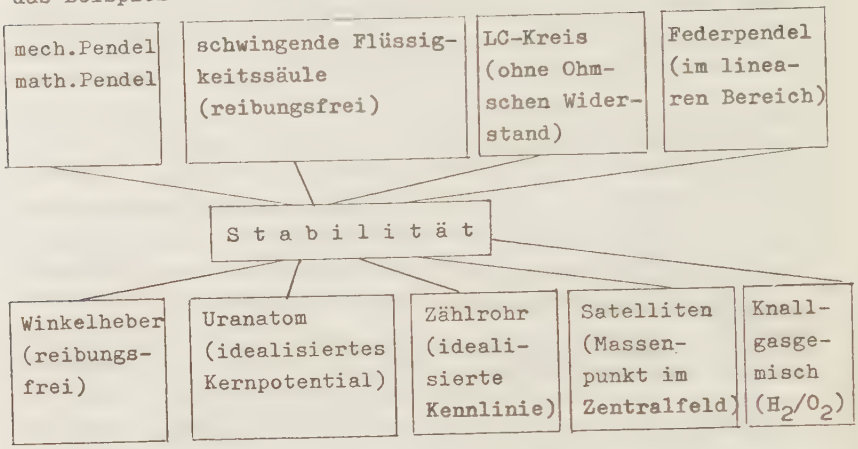


Abb. 31 b Blockdiagramm zur Eingliederung des Konzeptes "Stabilität".

Somit ist implizit klar, daß ein Konzept nur gewisse - jedoch wesentliche - Teilaspekte von sehr verschiedenen Phänomenen hinreichend gut erklären kann. Die erkenntnistheoretische Abstraktion vom System zum Konzept sei an folgendem Block-diagramm veranschaulicht:

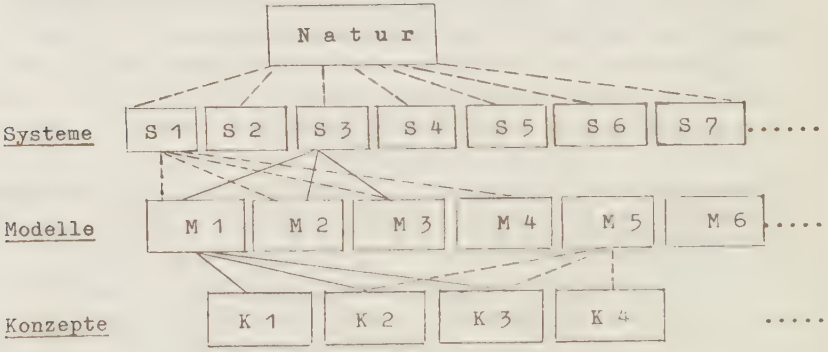


Abb. 32 Allgemeine Darstellung der Strukturierbarkeit des Naturgeschehens mit Hilfe von Konzepten.

Dieses allgemeine Schaubild sei nun konkret an einem Beispiel vorgestellt, wobei die Zeile mit den Systemen der Übersichtlichkeit halber weggelassen wurde:

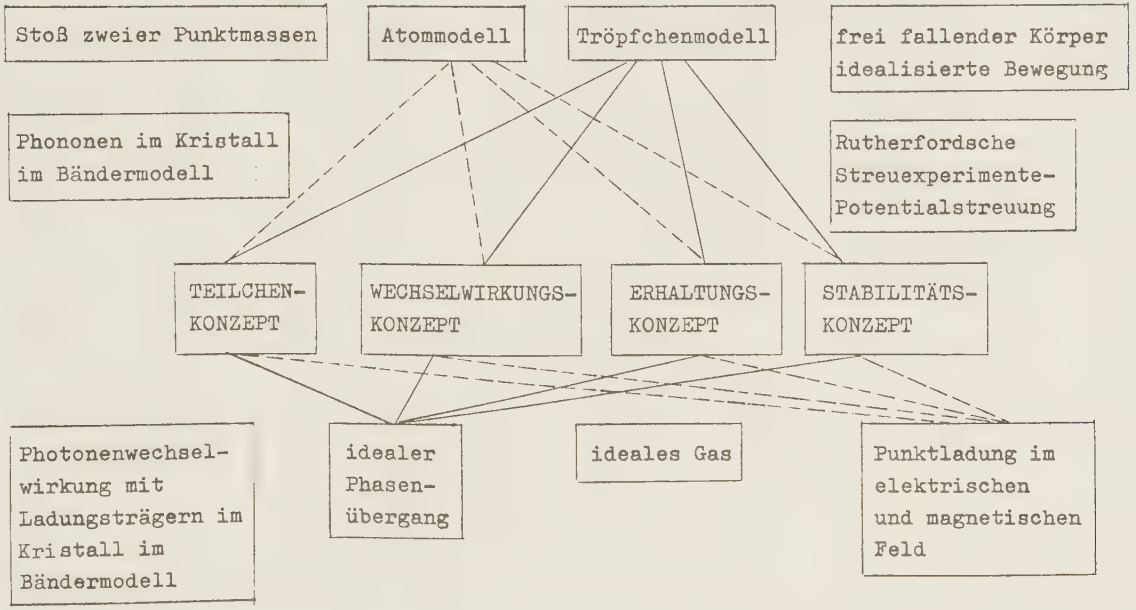


Abb. 33 Blockdiagramm für die Einbettung der Konzepte in verschiedene Modelle.

Das Konzept "Stabilität" tritt offenbar neben den Konzepten "Wechselwirkung", "Erhaltung", "Teilchen" als gemeinsame Dimension von Systemen bzw. Modellen auf, hat also eine gewisse Existenzberechtigung, und rechtfertigt eine weitere Beschäftigung damit.

Allgemein kann man sich zur Beschreibung eines K o n z e p t e s zweier Sprachen / 38 / bedienen,

- der Beobachtungssprache (Schilderung bestimmter Naturabläufe oder der experimentellen Szenerie der Versuche)
- der theoretischen Sprache (Entwicklung der formalen Strukturen der Physik).

In der Schulphysik wird man vor allem auf die Beobachtungssprache zurückgreifen. Sind die Probleme somit einigermaßen transparent dargestellt, so kann man sich vorsichtig an die theoretische Darstellung und Ausfüllung des Konzeptes herantasten. Als Beschreibungshilfe dient hierbei die Mathematik, wobei sich der mathematische Apparat oft als zu träge für Teilbereiche der Physik erweist (z.B. Feynmangraphen - Vielteilchensysteme).

Zur theoretischen Beschreibung von Konzepten sind folgende Aspekte zu berücksichtigen:

- Mathematisierungsprozeß / 38 /
- Untersuchung des Wechselspiels von mathematischen Operatoren und physikalischen Meßvorschriften
- Graphische Darstellung von Zusammenhängen
- Diskussion des Gültigkeitsbereiches der Parameter (offenbaren den einschneidenden Charakter, die Grenzen der Aussage).

Demgemäß wird in dieser Arbeit nun folgender Weg zur Erarbeitung des Konzeptes "Stabilität" und der möglichen Stabilitätsgrade eingeschlagen:

- Definition des Begriffes Stabilität - Beschreibung möglicher Stabilitätsgrade - (Stabilitätskriterien)
- Mathematisierung an einfachen Beispielen
- Erläuterung an einer Reihe von Einzelbeispielen

- Herausschälung der gemeinsamen Struktur aus den Einzelbeispielen
- Erprobung des Wechselspiels der Operatoren und Meßvorschriften an einem konkreten Beispiel; Erarbeitung der Grenzen des Konzeptes. (Ansatz zur theoretischen Beschreibung des Konzeptes).

3.4 Thesen zum fachdidaktischen Abschnitt

Abschließend seien die bisherigen Vorüberlegungen in acht Thesen zusammengefaßt:

1. Der Physikunterricht sollte sich nicht in einer zusammenhanglosen Anhäufung von Einzeldaten und Einzelwissen erschöpfen.
2. Ein Ziel des Physikunterrichts soll das Aufzeigen von Strukturen in der Physik sein.
3. Klare Grundbegriffe gehören zum Wortschatz jedes Schülers und sollen sorgfältig entwickelt werden.
4. Modelle und Konzepte sind didaktische Konstruktionen, die an geeigneter Stelle eingesetzt, zum besseren Verständnis physikalischer Zusammenhänge beitragen. Wichtig ist dabei die Unterscheidung zwischen Realität und Modell.
5. Ein gemeinsamer Aspekt von verschiedenen Modellen ist ein Konzept.
6. Der Schüler hat einen höheren Grad von "physikalischem Verstehen " erreicht, wenn er über Konzepte und Modelle verfügt und sie anwenden kann.
7. "Physikalisches Verstehen" liefert Transferbereitschaft und intrinsische Motivation.
8. Die Liste bekannter Konzepte, wie Teilchenkonzept, Wechselwirkungskonzept, Erhaltungskonzept, ist um eines, das "Stabilitätskonzept" zu erweitern.

3.5 Allgemeine Diskussion über das Stabilitätsverhalten von Systemen.

Eine der zentralen Fragestellungen der Physik zielt auf die Stabilität von Systemen ab. Ihre Diskussion erlaubt so weitreichende Fragestellungen wie:

- Auf welche Art kann man Signale verstärken?
- Kann man chemische Reaktionen kontrolliert auslösen?
- Kann man Phasenänderungen in Materialien provozieren und nutzen?
- Kann man Plasmen stabilisieren?
- Sind Atomkerne stabil oder wie kann man mittels instabiler Atomkerne Energie freisetzen?

Die bisherige Schulphysik beschränkt ihre Diskussion auf Systeme, die entweder stabil oder instabil oder indifferent sind.
Die Begründung hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß bei theoretischer Untersuchung der Systeme jeweils von virtuellen Systemstörungen ausgegangen wird. Die hieraus zu ziehenden Schlußfolgerungen lassen jedoch nur die Unterscheidung stabiler - instabiler - indifferenter Gleichgewichtszustand zu. Diese Unterscheidung wird bereits im Elementarbereich getroffen.
Ignoriert wird hierbei der in der Praxis häufig auftretende Fall, daß ein physikalisches System stabil u n d instabil sein kann. Hierfür wird in dieser Arbeit der Begriff "metastabiles System" verwendet. Hierbei handelt es sich um jenen Fall, der nach Ansicht Felix Kleins / 39 / mathematisch (theoretisch) nicht vollkommen erfaßbar ist. Da er aber vielfach in der klassischen und der modernen Physik auftritt, sei dieser Fall ins Zentrum unserer Betrachtungen gerückt.

Ein System werde als m e t a s t a b i l bezeichnet, wenn die nachfolgenden Forderungen a) und b) einzeln oder zugleich erfüllt sind:

a) eine differentielle Störung einer S y s t e m g r ö ß e bei festgehaltenem Systemparameter führt zu differentieller, eine endliche, kontrollierbar ausführbare Störung dagegen zu "überproportionaler" Antwort des Systems.

b) Bei kontrollierbarer, endlicher Störung eines S y s t e m p a r a m e t e r s führt eine differentielle Störung zu "überproportionaler" Antwort des Systems.

Zur praktischen Überprüfung eines Systems auf diese Kriterien übt man nun Störimpulse auf das System aus, die entweder bei festgehaltenem Systemparameter in ihrer Amplitude zunehmen oder bei kontrollierter Störung des Systemparameters normiert bleiben. Nachfolgend beobachtet man die Systemreaktionen, denkbare Fälle sind in Abb. 34 dargestellt.

a) Änderung einer Systemgröße

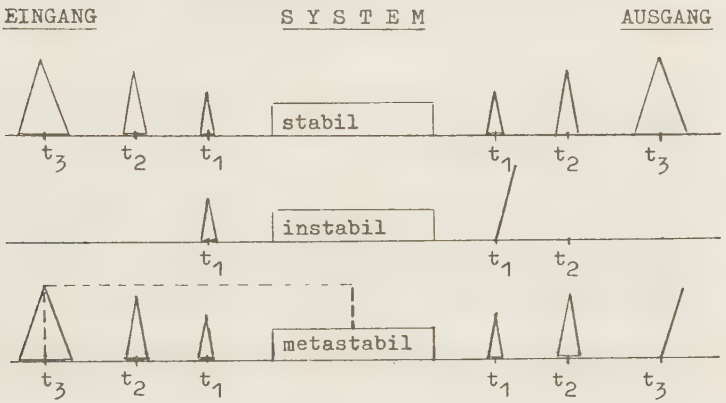


Abb. 34 a Systemverhalten bei Änderung einer Systemgröße.

b) Änderung eines Systemparameters

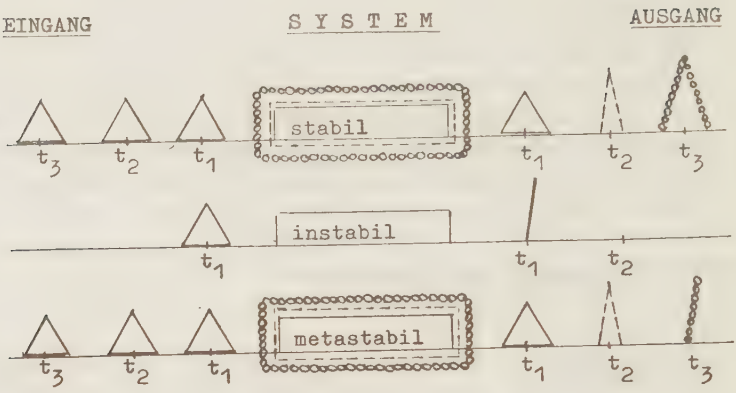


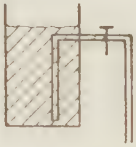
Abb. 34 b Systemverhalten bei Änderung eines Systemparameters.

Die bei den instabilen bzw. metastabilen Systemen auftretende "unbegrenzt zunehmende" Ausgangsamplitude nimmt natürlich nur solange zu, bis andere Grenzen erreicht werden, also z.B. bis der Energieinhalt des Systems erschöpft ist

Zur Verdeutlichung obiger Aussage seien drei Beispiele angegeben:

- Ein W i n k e l h e b e r liege in den gezeichneten Ausführungen vor:

a)

b) 

a) Bei Erzeugung eines Unterdruckes in der Röhre wird diese mit Flüssigkeit gefüllt; bei geeigneter Wahl des "Unterdruckstoßes" wird das gesamte Gefäß geleert. Hierbei wird als primäre Störung die S y s t e m g r ö ß e "Wasserspiegel" geändert. Das Erstaunliche

hierbei ist, daß die Flüssigkeit über"einen Berg" fließt, eine Schwelle überschreitet.

b) Baut man nun die Schwelle (Systemparameter) ab, so erhält man in variierter Form das in b) abgebildete System. Bei Öffnung des Hahnes H (Änderung des S y s t e m p a r a m e t e r s) kann sich die Röhre füllen, anschließend wird das gesamte Gefäß geleert. (Das Öffnen des Hahnes stehe stellvertretend für den Abbau der Schwelle aus a), die durch den über den Rand geführten Schlauch errichtet wird).

- Eine c h e m i s c h e R e a k t i o n kann auf zwei Arten in Gang gesetzt werden:

a) indem man den Reaktionspartnern Anregungsenergie zuführt; dies entspricht einer Änderung der S y s t e m g r ö ß e Geschwindigkeit.

b) indem man einen Katalysator in das System einbringt; hierdurch wird ein Potentialberg erniedrigt, was einer Änderung des S y s t e m p a r a m e t e r s entspricht.

- Die bereits im fachwissenschaftlichen Teil beschriebenen T r a p s in Z n O (C u) stellen Systeme dar, bei denen

a) durch Zufuhr von Infrarotenergie die Löcher aus den Traps befreit werden und dann leuchtend rekombinieren können. Die Störung erfolgt auf die S y s t e m g r ö ß e .

b) durch Erhöhung der Kristalltemperatur die Löcher thermisch ins Valenzband entleert werden (Änderung des S y s t e m p a r a m e t e r s durch Gitterrelaxationen).

Der Begriff der "Metastabilität" wurde in Anlehnung an metastabile Atomsysteme gewählt. Hierbei handelt es sich auch um Systeme, die aufgrund von Auswahlregeln stabil sind, deren Stabilität aber durch innere und äußere Störungen (Änderung einer Systemgröße bzw. eines Systemparameters) aufgehoben werden kann.

Im folgenden Abschnitt werden, ausgehend von elementaren Überlegungen, weitere einfache Beispiele besprochen, die mit schulisch verfügbarem, mathematischem Apparat verstanden werden können. Nachfolgend werden die klassischen Definitionen für die "Stabilität" erläutert; sie stellen den Ausgangspunkt für weitergehende Betrachtungen an "metastabilen" Systemen dar. Abschließend werden mehrere Beispiele unter dem gemeinsamen Aspekt "Stabilität" verglichen.

Zunächst sei auf die klassischen Stabilitätsdefinitionen verwiesen.

3.5.1 Stabilitätskriterien

3.5.1.1 "Naive Stabilitätskriterien"

Den komplizierteren Überlegungen zum Stabilitätsproblem seien einfache Gedanken vorangestellt. Sucht man in gymnasialen Physikbüchern oder in einführenden Experimentalphysikbüchern nach Kriterien zur Beschreibung von Gleichgewichtszuständen, so begegnet man immer denselben Beispielen. Die Gleichgewichtsarten werden folgendermaßen erklärt / 40 /:

"Denkt man sich einem Körper eine kleine Verschiebung erteilt, so bestehen für die Bewegung seines Schwerpunkts drei Möglichkeiten:

- Bei jeder möglichen Verschiebung wird der Schwerpunkt gehoben; der Körper ist im stabilen Gleichgewicht. Wird der Körper aus der stabilen Gleichgewichtslage etwas herausbewegt, so kehrt er, losgelassen, wieder in sie zurück (Abb. 35 a).
- Bei jeder möglichen Verschiebung wird der Schwerpunkt gesenkt; der Körper ist im labilen Gleichgewicht. Diese Lage ist unsicher, weil der Körper dabei in seiner höchsten, statt in seiner tiefsten Lage ist und bei einer kleinen Bewegung in diese umschlägt (Abb. 35 b).
- Bei jeder möglichen Verschiebung bleibt der Schwerpunkt in gleicher Höhe; der Körper ist im indifferenten Gleichgewicht. Bei Entfernung aus seiner Anfangslage verbleibt der Körper in der neuen Lage"(Abb. 35 c).

Abb. 35 Gleichgewichtsarten

Abb. 35 a
stabiles Gleichgewicht

Abb. 35 b
instabiles Gleichgewicht

Abb. 35 c
indifferentes Gleichgewicht

Ähnliche Fragen werden auch für die Standfestigkeit eines Körpers behandelt / 41 /:

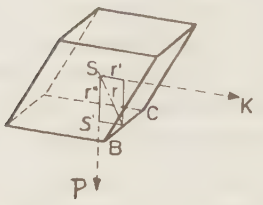


Abb. 36

"Ein Körper steht auf einer ebenen Unterstützungsfläche stabil, wenn die senkrechte Projektion S' seines Schwerpunkts auf die Unterstützungsfläche innerhalb seiner Grundfläche liegt. Zur Kippung um die Kante BC muß mindestens ein Drehmoment D'' = r''K angreifen, das entgegengesetzt gleich D' = r'P ist (Abb. 36). Je größer D' ist, desto größer ist seine Standfestigkeit. Die zur Kippung erforderliche Kraft ist K ≥ (r'P) / r''."

Obige Beispiele beruhen auf anschaulichen mechanischen Vorstellungen, die in der bisherigen Diskussion und Behandlung der Stabilitätsfragen immer wieder an den Anfang gestellt wurden. Sie gestatten eine rein **q u a l i t a t i v e** Übersicht über mögliche Gleichgewichtszustände.
Solche Vorstellungen reichen jedoch nicht aus, wenn man sie auf andere Problemkreise wie z.B. Stabilität eines chemischen Systems oder Stabilität des Uranatoms transferieren will oder die Dynamik eines Systems in der Umgebung eines Gleichgewichtszustandes quantitativ behandeln möchte, wie z.B. die Standfestigkeit von Körpern, wo sowohl Stabilität als auch Instabilität vorkommt: ein endliches Stabilitätsgebiet wird hierbei abgelöst von einem Gebiet instabiler Lagen. Beide Gebiete treten benachbart auf, die Grenze ist durch die Projektion des Schwerpunktes auf die Kante der Unterlage vorgegeben. Die verschiedenen Möglichkeiten sind in Abb. 37 angedeutet.

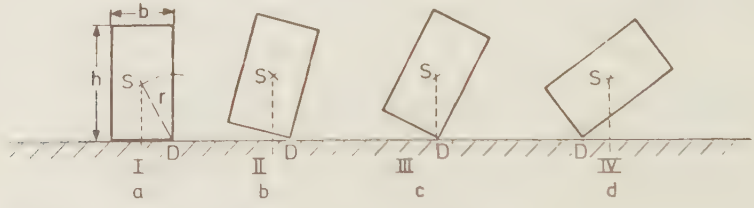


Abb. 37 Standfestigkeit eines Körpers

Tippt man den Körper in der Position I an, so zeigt er stabiles Verhalten. Führt man ihm ständig Energie zu, wobei der Schwerpunkt angehoben wird, so erreicht er in Position III eine instabile Lage. Hierzu ist eine Energie $\Delta E = m \cdot g \cdot \Delta h$ notwendig.

((63) $\Delta h = h(\sqrt{1 + (b/h)^2} - 1)/2 \approx b^2/4h$;)

Nunmehr kann die gesamte gespeicherte Energie E

(64) $E = m \cdot g \cdot (h/2) \cdot \sqrt{1 + (b/h)^2}$

durch einen kleinen Störimpuls abgerufen werden.

Zur Beschreibung ähnlich gelagerter, nicht aus der Mechanik stammender Fälle, ist eine erweiterte Begriffsbildung Voraussetzung. Dieser Forderung wird im nächsten Abschnitt Rechnung getragen.

3.5.1.2 Stabilitätsdefinition nach Ljapunow / 42 /

Zur Vorbereitung des Ljapunowschen Stabilitätskriteriums seien vorweg einige Begriffe erläutert.
Für die theoretische Untersuchung realer physikalischer Systeme müssen diese zunächst idealisiert werden, d.h. aus der Vielzahl möglicher Parameter müssen die den Systemzustand festlegenden Größen herausgearbeitet werden. Sie werden dann über Gesetzmäßigkeiten mit den das System charakterisierenden Systemparametern verknüpft. Sind die Systemparameter unabhängig von den Systemgrößen, so liegt ein lineares System vor, anderenfalls ein nichtlineares. In diesem Kapitel werden vorwiegend lineare Systeme behandelt, da die Theorie der nichtlinearen bisher keineswegs umfassend behandelt wurde. Die Rechtfertigung für die Idealisierung und deren Grenzen liefert letzten Endes der Vergleich der Ergebnisse aus Rechnung und Experiment.
Für die Untersuchung des Systemverhaltens ist zunächst wichtig, die Gleichgewichtszustände zu kennen und die Stabilität dieser Zustände im Bezug auf geringe Koordinaten- bzw. Geschwindigkeitsänderungen oder geringfügige Änderung der Systemparameter zu ermitteln. Die letzte Anmerkung bezieht sich meist auf geringfügige Abänderungen der Form der Differentialgleichung, die zur dynamischen Beschreibung des Systems herangezogen wird.

Die Ljapunowsche Stabilitätsdefinition bezieht sich auf die Phasenebene, in der die Bewegung in einer Orts-Geschwindigkeitsdarstellung präsentiert wird. Diese Darstellung erlaubt eine anschauliche Erörterung der Vielfalt möglicher Bewegungsformen.

Die elementaren Schritte seien an einem einfachen Beispiel vorgeführt:

System: eindimensionaler, harmonischer Oszillator

Systemgrößen: $x(t)$; $y = v(t)$;

Systemparameter: Masse m; Federkonstante k;

Differentialgleichung: (65) $m\ddot{x} = -kx$;

Phasenebenendarstellung: mit $\dot{x} = v$; und $\dot{v} = \ddot{x} = -(k/m)x$;

ergibt sich (66) $dv/dx = -(k/m)\cdot(x/v)$;

$$(67)\quad v^2 + (k/m)\cdot x^2 = c;$$

Die hieraus resultierenden Trajektorien sind in Abb. 38 (entnommen aus / 42 /) dargestellt.

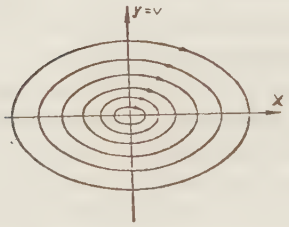


Abb. 38 Trajektorien des eindimensionalen, harmonischen Oszillators.

Nunmehr kann die Stabilitätsdefinition nach Ljapunow angegeben werden / 42 / :

"Ein Gleichgewichtszustand heißt stabil, wenn nach Vorgabe eines beliebigen Gebietes G zulässiger Abweichungen vom Gleichgewichtszustand ein diesen Zustand enthaltendes Gebiet ΔG so angegeben werden kann, daß keine Bewegung, die im Inneren von ΔG beginnt, aus G herausführt. Umgekehrt, ein Gleichgewichtszustand ist instabil, wenn es möglich ist, ein Gebiet G von Abweichungen vom Gleichgewichtszustand anzugeben, zu dem es kein Gebiet ΔG von der oben genannten Beschaffenheit gibt" (Abb. 39 a).

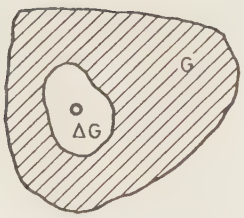


Abb. 39 a

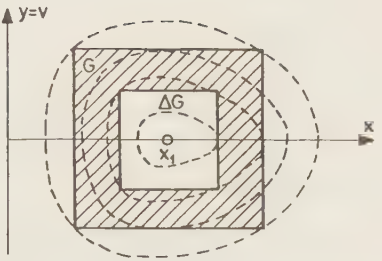


Abb. 39 b

Abb. 39 Darstellung der Gebiete G, ΔG für die Stabilitätsdefinition nach Ljapunow

Umseitige Definition wird auch in einer abgewandelten Form verwendet:
"Der Gleichgewichtszustand $x = x_1$, $y = 0$ heißt stabil, wenn nach Vorgabe eines beliebigen $G > 0$ ein ΔG so angegeben werden kann, daß für $t = 0$ sowohl $|x(0) - x_1| < \Delta G$ als auch $|y(0)| < \Delta G$ und für $0 < t < \infty$ entsprechend $|x(t) - x_1| < G$ sowie $|y(t)| < G$ "(Abb. 39 b).

Die Ljapunowsche Definition wird anhand eines Beispiels erläutert, um die mögliche Vielfalt von Gleichgewichtslagen und deren Stabilität und Dynamik zu zeigen.
Als System bietet sich der l i n e a r e O s z i l l a t o r (mit oder ohne Reibung) an. Bei der systematischen Untersuchung des Systems ist zunächst die Kenntnis der Gleichgewichtslagen notwendig. Es gibt eine stabile und eine instabile Gleichgewichtslage (Abb. 40).
Nunmehr werden die Systemgrößen und Parameter und deren mathematische Verknüpfung erörtert:

Systemgrößen: $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$
Systemparameter: g, l, (m);
Differentialgleichung:

$$(68) \quad m\,l^2\ddot{\varphi} = \begin{cases} -\,m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi & (F_1\text{: Rückstellkraft; Abb.40a}) \\ +\,m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi & (F_2\text{: Verstellkraft; Abb.40b}) \end{cases}$$

Abb. 40 a

Abb. 40 b

Abb. 40 Gleichgewichtslagen des linearen Oszillators
a) mit Rückstellkraft b) mit Verstellkraft

Die Systeme werden jeweils in unmittelbarer Nachbarschaft der Gleichgewichtslagen untersucht. Bei Berücksichtigung der Reibung muß in die Differentialgleichung noch ein zu $\dot{\varphi}$ proportionaler Term $2\delta\dot{\varphi}$ hinzugefügt werden:

(69) $\ddot{\varphi} + 2\cdot\delta\cdot\dot{\varphi} \pm (g/l)\cdot\sin\varphi = 0$;

Die möglichen Lösungen seien nun in der Umgebung von Gleichgewichtslagen ($\ddot{\varphi} = 0, \dot{\varphi} = 0$) in der Phasenebene dargestellt.

I. Reibungsfreie Vorgänge ($\delta = 0$)

I.1 System mit Rückstellkraft:

Bei der Untersuchung beschränkt man sich auf kleine Abweichungen x von der Gleichgewichtslage φ_0: $x = \varphi - \varphi_0$;
In linearer Näherung gilt:

(70) $\ddot{x} + (g/l)x = 0$; (Phasenebenendarstellung in Abb. 41)

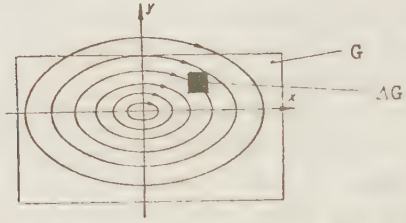


Abb. 41 Phasenebenendarstellung für ein System mit Rückstellkraft (Reibungsfreiheit).

Man sieht, daß hier das Ljapunowsche Kriterium erfüllt ist: Gibt man das eingezeichnete Gebiet G vor, so kann man ein Teilgebiet $\Delta G \subset G$ so bestimmen, daß keine Bewegung, die innerhalb ΔG beginnt, aus G herausführt. Das System kann als dynamisch stabil bezeichnet werden.

I.2 System mit Verstellkraft:

In linearer Näherung ergibt sich:

(71) $\ddot{x} - (g/l)x = 0;$

Für die Phasenebene gilt (Abb. 42):

(72) $v^2 - (g/l)x^2 = A;$

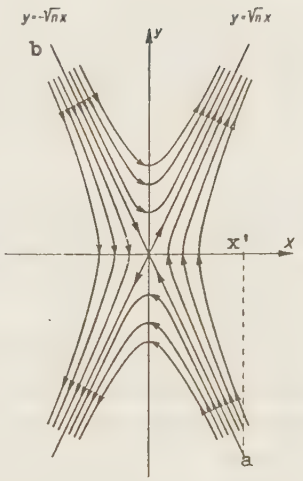


Abb. 42 Phasenebenendarstellung für ein System mit Verstellkraft (Reibungsfreiheit)

Zunächst erkennt man, daß jede differentielle Störung zu einer ungebundenen Bewegung führt.

Im Gegensatz zur vorherigen Problematik kann hier bei vorgegebenem Gebiet G kein ΔG so gefunden werden, daß eine dort startende Bewegung immer innerhalb G bleiben würde.

Am Rande sei bemerkt, daß auch die relativ unwahrscheinlichen Spezialfälle a, b in der Charakteristik auftauchen. Hierbei ist bei einer Auslenkung x' die Anfangsgeschwindigkeit gerade so groß, daß der Körper bei $x = 0$ "zufällig" zur Ruhe kommt.

II. Reibungsbehaftete Vorgänge ($\delta \neq 0$)

Hierbei sind nun zwei Fälle zu unterscheiden, die normale positive Reibung und eine technisch realisierbare negative Reibung (sie entspricht bei elektrischen Systemen einem negativen Widerstand).

II.1 Systeme mit Rückstellkraft und positiver Reibung:

In linearer Näherung gilt: (73) $\ddot{x} + 2\cdot\delta\dot{x} + (g/L)x = 0$
(Phasenebenendarstellung in Abb. 43a).

Das System mit statischem Endzustand kann als statisch-stabil bezeichnet werden.

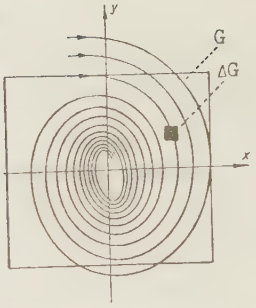


Abb. 43 a Phasenebenendarstellung für System mit Rückstellkraft und positiver Reibung.

Überprüft man das beschriebene System hinsichtlich des Ljapunowschen Kriteriums, so kann man bei vorgegebenem G ein Gebiet ΔG so angeben, daß die Bewegung sich innerhalb von G abspielt.

II.2 Systeme mit Rückstellkraft und negativer Reibung:

Die lineare Näherung ergibt: (74) $\ddot{x} - 2|\delta|\dot{x} + (g/L)x = 0$
(Phasenebenendarstellung in Abb. 43 b und Abb. 43 c).

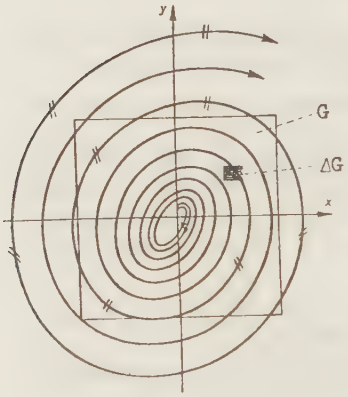


Abb. 43 b Bei schwacher negativer Reibung.
$\delta^2 < g/L$;

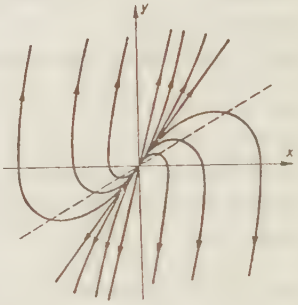


Abb. 43 c Bei starker negativer Reibung.
$\delta^2 > g/L$;

Abb. 43 Phasenebenendarstellung von Systemen mit Rückstellkraft.

Bei Untersuchung dieses Systems auf seine Stabilität ist es in den Fällen II.2 (Abb. 43 b, 43 c) nicht möglich, bei vorgegebenem Gebiet G ein Gebiet Δ G so zu finden, daß die Be-

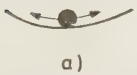
wegung vollkommen in G verläuft.
Die Systeme mit Verstellkraft sind analog I.2 instabil.

Diese Diskussion könnte nahtlos auf entsprechende elektrische Systeme übertragen werden, die durch eine Differentialgleichung gleichen Typs beschrieben werden, wie z.B. der sogenannte Dynatrongenerator. Eine genauere Darstellung folgt in 3.5.3.

Abschließend sei noch die Stabilitätsdefinition von Dirichlet angeführt, die sich auf Systeme bezieht, bei denen das Systempotential explizit vorgegeben ist / 39 /:

"Existiert ein Potential U für ein System mit endlichen Freiheitsgraden, so gilt: Das Gleichgewicht ist stabil, wenn die potentielle Energie in der Gleichgewichtslage ein Minimum besitzt."
Diese Definition kann i n d e r P r a x i s zu unerwarteten Resultaten führen, wie das in Abb. 44c dargestellte Beispiel zeigt. Die Besonderheit besteht darin, daß ein "mathematisch stabiles System" (bei virtueller Störung bleibt die Kugel in der Nachbarschaft der Anfangslage) "praktisch instabil" ("ein Windhauch führt die Kugel aus einer stabilen in eine instabile Lage") sein kann. Gesichert ist also nur die Feststellung, daß ein mathematisch instabiles Gleichgewicht auch praktisch instabil ist, während ein mathematisch stabiles in der Praxis auch instabil sein kann.

Abb. 44 Praktische Gleichgewichtslagen von Systemen



a)

b)

c)

Abb. 44a
System mit stabiler Gleichgewichtslage.

Abb. 44b
System mit instabiler Gleichgewichtslage.

Abb. 44c
System mit metastabiler Gleichgewichtslage.

3.5.1.3 Stabilitätsdefinition nach Cap (System: Plasma)

Eine Anwendung des Dirichletschen Stabilitätssatzes findet man in der Plasmaphysik / 43 / zur Klassifizierung der stabilen und instabilen Systeme. Im Zentrum der Betrachtungen stehen hier die sogenannten Dispersionsrelationen, die man durch Lösung der entsprechenden Differentialgleichungen erhält. Im einfachsten Falle gilt:

(75) $m\ddot{x} = F(x)$; $F(x)$: Am Orte x auf ein Einzelteilchen einwirkende Kraft

x_o : Ruhelage (Gleichgewichtslage)

In der Umgebung von x_o kann F entwickelt werden:

(76) $F(x) = F(x_o) + F'(x_o)(x - x_o) + \ldots\ldots$

(bei fehlenden höheren Entwicklungsgliedern)

$F(x_o) = 0$ (Ruhelage); $\xi = x - x_o$;

(77) $\xi = \xi_o \cdot e^{\mp\sqrt{F'(x_o)/m}\cdot t} = \xi_o \cdot e^{\mp i\omega t}$; $\omega^2 = -\frac{F'(x_o)}{m}$;

Die Entscheidung über den Stabilitätsgrad des Systems wird durch die Lage von ω in der komplexen Zahlenebene festgelegt. Die Lage von ω wird ihrerseits durch das Potential bestimmt.

Folgende Fälle können unterschieden werden: (Tab. 8)

$F'(x_o)$	Lage von ω in $\mathbb{C}$	Stabilitätsgrad	Potentialkrümmung
$F'(x_o) < 0$	ω reell	stabil	$d^2V/dx^2 > 0$
$F'(x_o) > 0$	ω imaginär	instabil	$d^2V/dx^2 < 0$
$F'(x_o) = 0$	$\omega = 0$	indifferent	$d^2V/dx^2 = 0$

Tab. 8

Entscheidend für den Stabilitätsgrad eines Systems ist somit die Potentialkrümmung V'':

$$V'' = (d^2V / dx^2)_{x_o} .$$

Beim Vorhandensein einer Dämpfungskraft oder einer äußeren Energiequelle wird ω komplex:

$$\omega = \omega_r + i \cdot \omega_i \; ;$$

Analog zum vorher behandelten mechanischen Beispiel kann man folgende Fälle unterscheiden: (Tab. 9)

Lage von ω	Stabilitätsgrad	Lösung
$\omega_r \gtrless 0;\ \omega_i > 0;$	stabil	periodisch gedämpft $e^{\pm i\lvert\omega_r\rvert \cdot t} \cdot e^{-\omega_i \cdot t}$
$\omega_r \gtrless 0;\ \omega_i < 0;$	instabil	periodisch anwachsend $e^{\pm i\lvert\omega_r\rvert \cdot t} \cdot e^{\omega_i \cdot t}$
$\omega_r = 0;\ \omega_i > 0;$	stabil	aperiodisch gedämpft $e^{-\omega_i \cdot t}$
$\omega_r = 0;\ \omega_i < 0;$	instabil	aperiodisch anwachsend $e^{\omega_i \cdot t}$
$\omega_r \lessgtr 0;\ \omega_i = 0;$	stabil	periodisch ungedämpft $e^{\pm i\lvert\omega_r\rvert \cdot t}$
$\omega_r = 0;\ \omega_i = 0;$	indifferent	zeitlich konstante Lösung

Tab. 9

Bei Wellenfeldern ist außer der örtlichen auch die zeitliche Abhängigkeit zu berücksichtigen. Die Systemgleichung ist die Wellengleichung. Auf eine genauere Diskussion hier möglicher Instabilitäten sei auf die weiterführende Literatur / 43 / verwiesen.

3.5.1.4 Stabilitätsdefinition für thermodynamische Systeme

Weiterhin sei noch eine Stabilitätsdefinition für thermodynamische Systeme erwähnt / 44 /.

In der Mechanik liegt ein stabiler Gleichgewichtszustand nach Dirichlet vor, wenn die potentielle Energie des Gesamtsystems ein relatives Minimum gegenüber allen mit den

Bedingungen des Systems verträglichen Verrückungen ist. Diese Definition kann auf chemische Systeme übertragen werden. Je nach Systembedingungen wird in der chemischen Thermodynamik ein entsprechendes Potential definiert. Meist benutzt man bei chemischen Reaktionen das sogenannte thermodynamische Potential. Ein Gleichgewichtszustand liegt hier vor, wenn dieses Potential ein Minimum gegenüber allen mit den Systembedingungen verträglichen virtuellen Veränderungen ist.
Bei thermodynamischen Systemen tritt der Fall ein, daß der Systemzustand durch Abänderung der Systemparameter instabil werden kann. Eine detaillierte Betrachtung würde den Rahmen der Ausführungen sprengen, deshalb sei auf die umfangreiche Fachliteratur (z.B. / 45 /) verwiesen.

Z u s a m m e n f a s s e n d kann festgestellt werden, daß eine ausführliche theoretische Behandlung von Stabilitätsfragen vorliegt, soweit sie mathematisch durch den Dirichletschen bzw. Ljapunowschen Stabilitätssatz erfaßbar sind. Sie werden deshalb in der folgenden Diskussion nicht mehr explizit behandelt.
Stabile Systeme zeichnen sich dadurch aus, daß in der Phasenebene ihre Trajektorien geschlossen sind oder sich einem Zentrum nähern. Überdies liegt bei stabilen Systemen mit gegebenem Potential gerade ein Potentialminimum vor.
Bei instabilen Systemen liegen in der Phasenebene divergierende Trajektorien vor.
Die Überprüfung auf Stabilität erfolgt durch infinitesimale oder virtuelle Störungen (Z.B. kurzer Stoß).
Die Systemgleichung ermöglicht eine mathematische Beschreibung der dynamischen Systemreaktionen.

Im nächsten Abschnitt stehen im Zentrum der Diskussion jene metastabilen Systeme, die zwar nach Kleinscher Auffassung mathematisch nicht faßbar sind, es sollte aber der Versuch unternommen werden, sie dennoch aspekthaft zu erfassen und zu beschreiben.

3.5.2 Diskussion metastabiler Systeme

Aufbauend auf die vorhergehenden Literaturbeispiele, die sich vorwiegend mit "entweder stabil" oder "instabil" beschreiben lassen, seien nun einige Beispiele aufgezeigt, an welchen man gerade das Verhalten "sowohl stabil als auch instabil" beobachten kann. Bei diesen Systemen kann also die "Qualität eines Zustandes" geändert werden.
Hierzu wird im folgenden mit realen Störungen gearbeitet, während in den bisherigen Beispielen nur virtuelle Störungen vorkommen.

3.5.2.1 Einfaches mechanisches Modell (qualitativ)

Die Systeme, die in diesem Abschnitt vorgestellt werden, besitzen sowohl endliche Gebiete stabiler Gleichgewichtslagen als auch solche mit instabilen Gleichgewichtslagen in der Phasenebene.
Auf eine einfache Formulierung reduziert könnte man sagen: Eine kontrollierbare, endliche Störung eines zunächst stabilen Systems führt zu einer übergroßen Wirkung (anwachsende Amplitude der das System charakterisierenden Größe solange, bis eine andere Grenze erreicht ist, z.B. bis der gespeicherte Energievorrat abgerufen ist). Hierbei sollten sich die Störungen wiederum entweder auf die Systemgrößen oder die Systemparameter beziehen.

Ein praktischer Realfall ist in dem im ersten Teil fachwissenschaftlich untersuchten System ZnO(Cu) zu sehen:

Es handelt sich um Energiespeicher, aus denen die Energie durch kontrollierte Zufuhr thermischer Energie oder Infrarotenergie abgerufen wird, wobei man Photonen erhält, deren Energie bedeutend größer ist als die zugeführte Energie.
Die Betonung liegt darauf, daß nicht nur ein der zugeführten Energie entsprechender Betrag frei wird, sondern die gesamte gespeicherte Energie.
Ähnliche Systeme findet man, wie bereits erwähnt, in der gesamten Physik, so z.B. beim Winkelheber, beim Uranatom, bei der selbständigen Gasentladung, bei Knallgasgemischen etc.

Für alle diese Realfälle wird hier ein einfaches Modell, es handelt sich um eine Abwandlung des Winkelhebers, entwickelt, an dem alle wesentlichen Aspekte abgelesen werden können. Es ist für die Schulphysik einfach genug, zeigt den Aspektcharakter und regt den Transfer an.

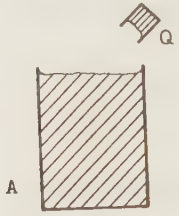


Abb.45 a

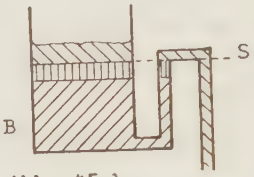


Abb. 45 b

Abb. 45 Vorstufen des Winkelhebers.

Das in Abb. 45 illustrierte Modell sei kurz erläutert:
Gefäß A (Abb. 45a z.B. ein Becherglas) kann als Wasserspeicher (= "Energiespeicher") verwendet werden. Ist das Gefäß im Anfangszustand vollkommen gefüllt, so führt eine zusätzliche Wassermenge Q zu einem Ausfließen genau dieser Menge. Es tritt kein Verstärkungseffekt ein.
Nun werden die Randbedingungen bei einem Gefäß B, wie in Abb. 45b dargestellt, abgeändert und führen so zu einem modifizierten System.
Führt man nun eine Wassermenge Q' so zu, daß der Wasserspiegel über S hinaus steigt, so wird nachfolgend der gesamte "Wasserspeicher" entleert.
Die Verdeutlichung des Prinzips wird vereinfacht, wenn man entweder auf die Wasseroberfläche in Gefäß B einen zusätzlichen, kurzen, kontrollierten Überdruckstoß ausübt oder auf der Saugseite im Saugrohr einen Unterdruckstoß erzeugt. Die möglichen Situationen sind für den Winkelheber und den prinzipiell gleichfunktionierenden Kettenheber in Abb. 46 verglichen (die Kette wird in der Zeichnung als Seil dargestellt).

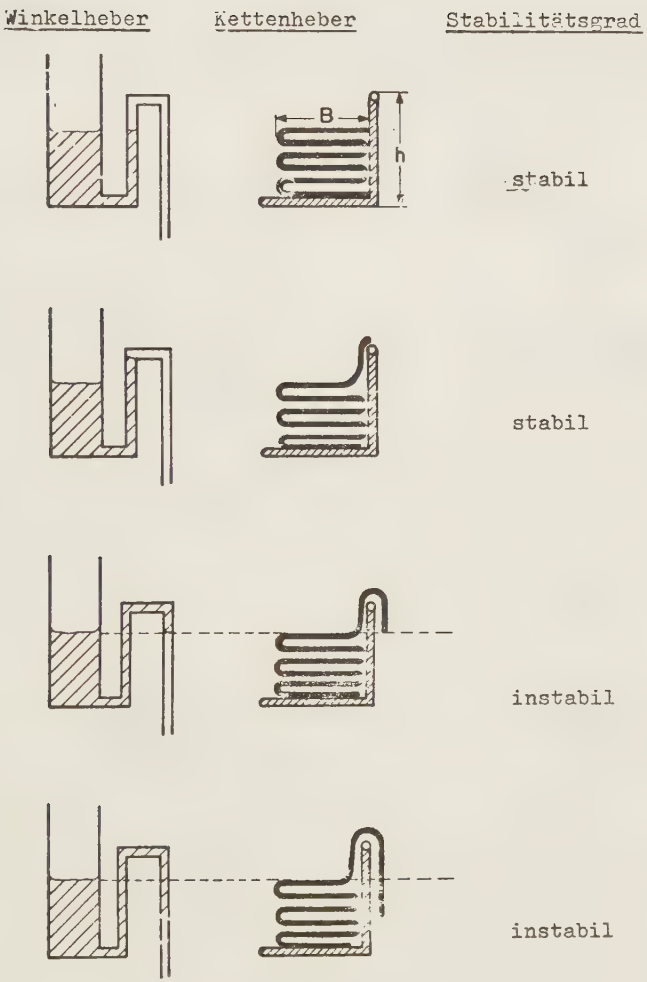


Abb. 46 Vergleich der Funktionsprinzipien von Winkel- und Kettenheber.

Zur Beschreibung dieses "Winkelhebereffektes" (Annahme von Reibungsfreiheit) ist es notwendig, die Druckverhältnisse an einer gedachten Membrane (als Druckmesser an der Stelle S in Abb. 47) bei S zu diskutieren. Der Druck links von der gedachten Membrane sei p_l, rechts davon p_r (der von der gebogenen Membrane ausgeübte Gegendruck kompensiert die Differenz zwischen p_l und p_r).

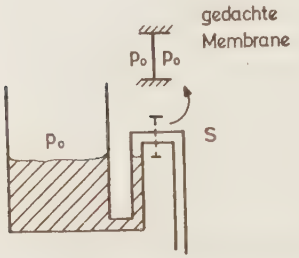


Abb. 47 a Ausgangszustand (stabil)

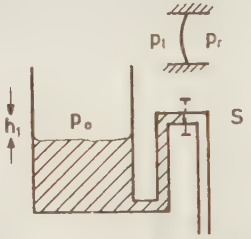


Abb. 47 b Mit Unterdruckstörung $\delta p = kh_1$; stabile Lage, da $p_r > p_l$.

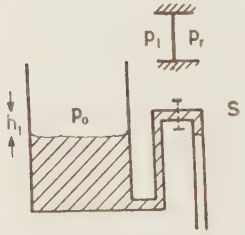


Abb. 47 c Mit Unterdruckstörung $\delta p = 2kh_1$; instabile Lage, da $p_r = p_l$.

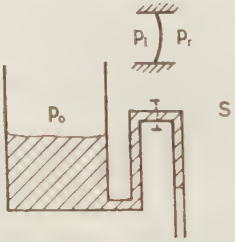


Abb. 47 d Mit Unterdruckstörung $\delta p > 2kh_1$; instabile Lage, da $p_l > p_r$.

Abb. 47 Illustrationen zum Winkelhebereffekt.

Dieses typische Verhalten des Systems ("sowohl stabil als auch instabil") sieht man z.B. auch an dem in Abb. 44 c dargestellten Fall.

3.5.2.2 Quantitative Beschreibung eines mechanischen Modells (Spezielles Potential)

Die quantitative Beschreibung dieses Effektes erfolgt nun anhand eines weiter idealisierten Modells, nämlich einem "idealen Seil". Diese Modellvereinfachung wurde vorgenommen, da erfahrungsgemäß die Schüler Schwierigkeiten haben, sich eine nicht abreißende Flüssigkeitssäule, die beschriebene Druckerniedrigung und die Änderung des Potentials bei abnehmender Flüssigkeitshöhe vorzustellen, wie es beim Winkelheber der Fall ist. Diese vor allem bei der dynamischen Beschreibung auftretenden Schwierigkeiten werden bei einem Seil ausgeschaltet.
Der auch hierbei für den Normalschüler zu anspruchsvolle mathematische Aufwand kann jedoch den Kollegiaten eines Physikleistungskurses zugemutet werden; anderenfalls muß die graphische Veranschaulichung in der Phasenebene hingenommen werden. Dies erfolgt übrigens in ähnlicher Weise wie bei den elektrischen bzw. magnetischen Feldlinienbildern, bei denen die Schüler zunächst die vektorielle Addition der Einzelfelder ebenfalls noch nicht beherrschen.

Nunmehr wird die quantitative Beschreibung der Dynamik des metastabilen Systems "ideales Seil auf einer Tischplatte" gegeben.
Das Seil liege reibungsfrei auf einer Tischplatte (das Seilende möge mit dem Rand der Tischplatte abschließen). So gesehen wäre das System instabil, weil eine differentielle Auslenkung zur Dynamisierung des Systems führen würde.
Die Metastabilität wird erreicht, wenn man eine definierte Schwelle, z.B. eine Kante errichtet (dies entspricht dem nach oben gebogenen Teil des Saugrohres beim Winkelheber). Nunmehr führt eine differentielle Störung nicht mehr zu einem Abgleiten des Seiles, vielmehr muß man einen angebbaren Energiebetrag ΔE aufbringen, um eine Dynamisierung des Systems zu erreichen. Wichtig hierbei ist, daß sich dabei ein Potential $V(\xi)$ elementar so wie in Abb. 49 gezeichnet ergibt, und nicht etwa a priori so wie in Abb. 44c, angenommen wird.

Zur Systembeschreibung wählt man folgende Größen:

Systemgrößen: ξ , $\dot{\xi}$ (verallgemeinerte Koordinaten, siehe Abb. 48)

Systemparameter: L, g, m, Querschnittsfläche q, Schwelle h;

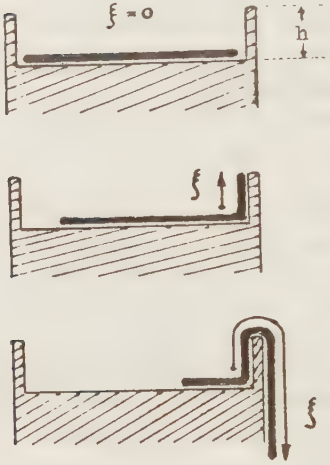


Abb. 48 Illustrationen zur Ableitung des Potentials in Abb. 49.

$$V(\xi) = V_o + m \cdot g \cdot h \; ;$$
$$= V_o + (\xi \cdot \varrho q) \cdot g \cdot (\xi/2) \; ;$$
$$= V_o + (k/2)\xi^2 \text{ mit}$$
$$k = \varrho \cdot q \cdot g \; ;$$

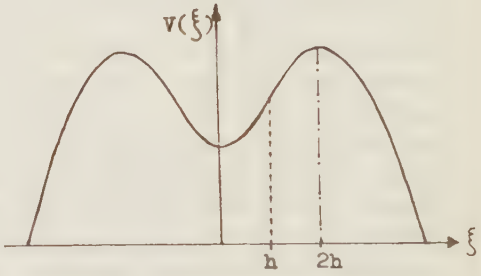


Abb. 49 Typisches metastabiles Potential.

Abb. 49 zeigt diesen Potentialverlauf, der alle typischen Aspekte eines metastabilen Systems beinhaltet; es ergibt sich zu:

$$(78) \quad V(\xi) = \begin{cases} V_o + \frac{k}{2}\xi^2 \; ; & \text{für } \xi < h; \quad k = \varrho \cdot q \cdot g \; ; \\ V_o + k\,h^2 - \frac{k}{2}(\xi - 2\,h)^2; & \text{für } \xi > h; \end{cases}$$

Zur Darstellung in der Phasenebene (Abb. 50) seien die Ausgangsgleichungen umformuliert:

I. $\xi < h;\ v(t = 0) = v_o;\ \xi_o = 0;$

(79) $\varsigma \cdot q \cdot L \ddot{\xi} = - k \cdot \xi$;

(80) $\ddot{\xi} = - \frac{g}{L} \cdot \xi$;

mit $\dot{\xi} = v$ und $dv/d\xi = - \frac{g}{L} \cdot \frac{\xi}{v}$; ergibt sich

(81) $v^2 + \frac{g}{L} \xi^2 = v_o^2$;

II. $h < \xi < 2h;\ \xi_o = h;\ v(t = 0) = v_o;$

(82) $\varsigma \cdot q \cdot L \ddot{\xi} = k\ (\xi - 2\ h)$; mit $\eta = \xi - 2\ h$ erhält man

(83) $\varsigma \cdot q \cdot L \ddot{\eta} = k \eta$;

mit $\dot{\eta} = v$; ergibt sich

(84) $v^2 - \frac{g}{L} \eta^2 = v_o^2 - h^2$;

III. $\xi > 2\ h;\ \xi_o = 2 \cdot h;\ v(t = 0) = v_o;$

(85) $\varsigma \cdot q \cdot L \ddot{\xi} = k\ (\xi - 2\ h)$; mit $\eta = \xi - 2\ h$; ergibt sich

(86) $v^2 - \frac{g}{L} \eta^2 = v_o^2$;

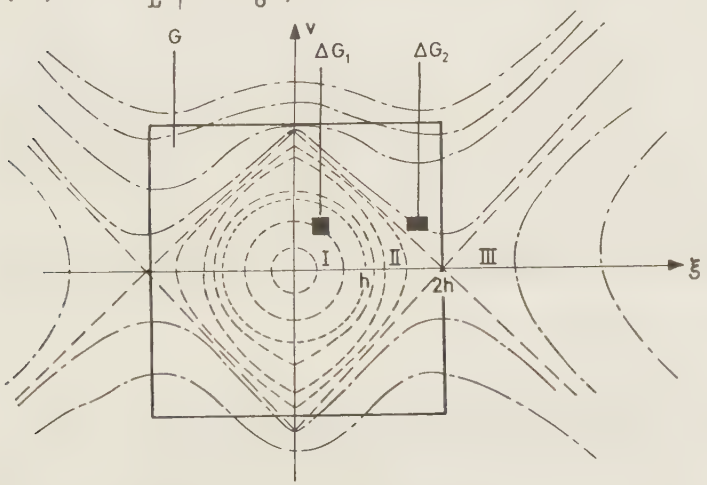


Abb. 50 Phasenebenendarstellung für ein metastabiles System. (speziell für die Zeichnung wurde g/L = 1 gewählt)

In der Phasenebene wird deutlich, daß die Bewegungen in den Bereichen I, II stabil sind, die Amplituden nehmen nicht unbeschränkt zu; führen die Anfangsbedingungen jedoch dazu, daß der Startpunkt in den Bereich III führt, so kommt es zu einer unbeschränkten Bewegung, das System ist instabil, der im System gespeicherte Energievorrat kann abgerufen werden. Bei beliebig vorgegebenem Gebiet G kann man also ein $\Delta G_1 \subset G$ so finden, daß eine dort startende Bewegung nicht aus G herausführt; andererseits läßt sich auch ein $\Delta G_2 \subset G$ so angeben, daß eine dort beginnende Bewegung aus G herausführt. Das Systemverhalten ist somit typisch metastabil.
Für einen Massenpunkt mit der Koordinate ξ ist das gleiche Verhalten zu erreichen mit dem Potentialprofil $V(\xi)$ nach Gleichung (78) (Abb. 49). Die Annahme dieses speziellen Potentials ist üblicherweise der erste Ausgangspunkt für Betrachtungen an metastabilen Systemen. Für den Schüler jedoch dürfte die Vorgabe eines fertigen Potentials weniger instruktiv sein als zu sehen, wie der Potentialverlauf $V(\xi)$ überhaupt erst zustande kommt, etwa am Seilbeispiel.

3.5.2.3 Quantitative approximative Beschreibung eines Systems mit allgemeinem Potential

Die Erörterung wird nun auf allgemeinere Potentiale erweitert, da streng quasielastische Kräfte, die bis zu beliebig großen Amplituden diesen proportional sind, in der Natur nicht auftreten. Die wirklichen Potentiale sind durch Potenzreihen nach Potenzen der Entfernung vom Beobachtungspunkt darzustellen.
Ein Potential $V(x)$ mit folgenden Eigenschaften sei vorgegeben; in diesem Potential bewege sich ein Massenpunkt (m):

$$(87)\quad \begin{cases} d^2V/dx^2 > 0 \quad \text{in} \quad G_1 \; ; \quad dV/dx\,\big|_{x_1} = 0; \\ d^2V/dx^2 < 0 \quad \text{in} \quad G_2; \quad dV/dx\,\big|_{x_2} = 0; \\ d^2V/dx^2 = 0 \quad \text{für } x = x_0 \; ; \end{cases}$$

Das Potential kann in der Umgebung von x_1 bzw. x_2 entwickelt werden; zur Entscheidung über den Stabilitätsgrad genügt bereits die Entwicklung bis zum quadratischen Glied (Potentialkrümmung):

(88) $V(x) = V(x_i) + V'(x_i)\,(x - x_i) + \frac{1}{2} V''(x_i)\,(x - x_i)^2 + \ldots$

$i = 1, 2$;

(89) $V(x) = V(x_i) + \frac{1}{2} V''(x_i)\,(x - x_i)^2 + \ldots$

($V'(x_i) = 0$ nach Voraussetzung)

bei $x - x_i = \xi_i$; $i = 1, 2$;

Hieraus resultieren die Bewegungsgleichungen:

(90) $m\ddot{\xi}_i = -\,dV/d\xi_i + f$; (f: Störung mit $\int f dx = \Delta E$);

(91) $\ddot{\xi}_i = -\frac{V_i''(0)}{m}\xi + \frac{f}{m}$; Fouriertransformation bezüglich t liefert:

(92) $\hat{\xi}_i = \frac{\hat{f}/m}{\frac{V_i''(0)}{m} - \omega^2}$;

Im folgenden seien kurz die Lösungen diskutiert:

I. $V''(x_1) > 0$; $\omega_1 = \sqrt{V''/m}$; $\omega_2 = -\sqrt{V''/m}$;

Mit Hilfe der Tab. 9 erkennt man stabile, periodisch ungedämpfte Lösungen: $e^{\pm i\omega_1 t}$

II. $V''(x_2) < 0$:

II.1 $\omega_3 = i\cdot\sqrt{|V''|/m}$; $\mathrm{Im}\,\omega > 0$; $\mathrm{Re}\,\omega = 0$;

Die Lösungen sind stabil und aperiodisch gedämpft. (Bei der Rücktransformation der Lösung entspricht dies einem geschlossenen Integrationsweg, der die Polstelle ω_3 einschließt).

II.2 $\omega_4 = -\,i\sqrt{|V''|/m}$; $\mathrm{Im}\,\omega < 0$; $\mathrm{Re}\,\omega = 0$;

Die Lösungen sind instabil und aperiodisch anwachsend. (Bei der Rücktransformation der Lösung entspricht dies einem geschlossenen Integrationsweg, der die Polstelle ω_4 einschließt).

III. $V''(x_o) = 0$; $\eta = x - x_o$;

(93) $m\ddot{\eta} = -V'_o(0) + 2V''_o(0)\eta + \ldots$; mit $V''_o = 0$;

(94) $m\ddot{\eta} = -V'_o(0)$;

(95) $\ddot{\eta} = -\frac{V'_o(0)}{m}$;

Der Massenpunkt bewegt sich gleichförmig beschleunigt, gerät dadurch in ein Gebiet, in dem $V'' \neq 0$ wird und bewegt sich dann gemäß I oder II weiter. In der Phasenebene (Abb. 50) erkennt man die verschiedenen Bewegungsformen an geschlossenen bzw. offenen Trajektorien.

3.5.3 Anwendungsbeispiele

3.5.3.1 Stabilitätsverhalten von Systemen bei Variation der Systemgröße

Im folgenden Abschnitt sollen einige Beispiele genannt werden, die das beschriebene metastabile Verhalten zeigen, d.h. diese Systeme reagieren auf endliche Störungen sowohl stabil als auch instabil.

Zunächst sei das System "Satellit im Graviationsfeld der Erde" (Massenpunkt im $1/r^2$-Feld) erwähnt. Die Systemgrößen in diesem Beispiel sind der Abstand r des Körpers vom Gravitationszentrum, die Winkelkoordinate θ und die entsprechenden Zeitableitungen $\dot{r}$ bzw. $\dot{\theta}$. Die Systemgleichung ist die vom Keplerproblem her bekannte Differentialgleichung. Das hierzu gehörige äquivalente eindimensionale Potential V' ist in Abb. 51 dargestellt.

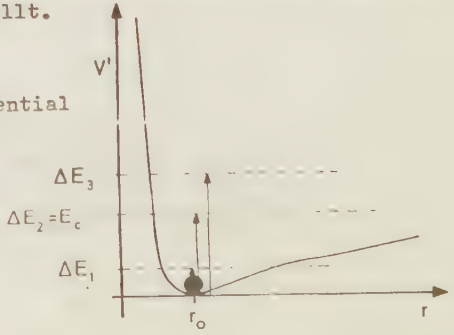


Abb. 51 Effektives Potential zum Keplerproblem.

Führt man dem Körper in der Ausgangslage r_o den Energiebetrag $\Delta E_1 < E_c$ zu, so bleibt die Bahn des Satelliten stabil, die Bewegung ist gebunden (Ellipsenbahn). Bei einer Störung $\Delta E_2 = E_c$ wird die Bewegung des Satelliten ungebunden, er kommt in eine instabile Gleichgewichtslage (Parabelbahn). In dieser Lage wechselt übrigens auch das zeitliche Symmetrieverhalten der Lösungsfunktion. Bei einer Störung $\Delta E_3 > E_c$ wird die Bewegung ungebunden (Hyperbelbahn), der gesamte gespeicherte Vorrat an kinetischer Energie geht in potentielle Energie über, es findet ein "Phasenübergang" statt.
Eine detaillierte Behandlung von Bahnstabilitätsproblemen steht im Zentrum heutiger Diskussionen bei der Stabilisierung von Satellitenbahnen (erfahrungsgemäß erregt diese Problematik großes Interesse bei Schülern aller Altersstufen).
Bei der Kurskorrektur von Satellitenbahnen ist notwendig, daß eine endliche Störung nur zu einer kleinen Veränderung der gebundenen Bahnkurve führt. Will man hingegen den Flugkörper in eine ungebundene Bewegung überführen, so muß er durch Zufuhr der Energie $\Delta E_3 > E_c$ (Abb. 51) in eine instabile Lage manövriert werden.

Weitere, nicht aus der Mechanik stammende Beispiele seien angeführt.

So kann das Uranatom U^{238} als typisches metastabiles System angesehen werden, dessen Potential in Abb. 52 dargestellt ist / 46 /.

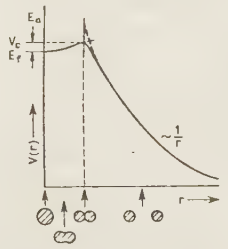


Abb. 52 Potentialverlauf bei der Kernspaltung

Die mögliche Kernspaltung ist Folge einer dynamischen Instabilität. Bei der Spaltung des Kerns in zwei Bruchstücke wird die Bindungsenergie frei, die bei Uran U^{238} 170 MeV beträgt. Die Wahrscheinlichkeit für das Durchtunneln des Potentialwalls nimmt mit der Masse der Teilchen rapide ab.

Führt man dem Kern U^{238} jedoch von außen die relativ geringe Aktivierungsenergie (kontrollierbare Störung) von 5,1 MeV bei Photospaltung zu, so kann die Potentialschwelle überwunden werden, induzierte Spaltung tritt auf, der Energiebetrag E_f wird freigesetzt. Die Systemreaktion ist typisch metastabil. Eine quantenmechanische Beschreibung des Problems würde den Rahmen gymnasialer Physik sprengen; die Reaktion kann zumindest durch Aufzeigen der Parallelen zum mechanischen Modell plausibel gemacht werden.

Es stellt jedoch nicht nur das isolierte Uranatom ein metastabiles System dar, sondern auch ein Ensemble von Uranatomen, zusammengefaßt zu einer unterkritischen, kritischen oder überkritischen Masse. Ein solches System ist so lange stabil, solange die kritische Masse unterschritten wird. Erreicht man die sogenannte kritische Masse, so wird das System instabil und kann durch eine kleine Störung zum Kippen gebracht werden. Es kommt eine sich selbst erhaltende Kettenreaktion zustande. Die detaillierte Beschreibung des Systems mit Hilfe des sogenannten Multiplikationsfaktors und die Steuerung der technisch realisierten Systeme kann der weiterführenden Literatur entnommen werden / 47 /.

Ein metastabiles System in der Elektrotechnik ist z.B. der sogenannte Dynatrongenerator (Abb. 53).

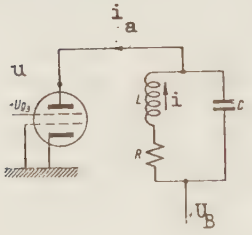


Abb. 53 a

Schaltskizze des Dynatrongenerators

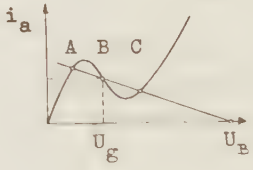


Abb. 53 b

Kennlinie der Tetrode

Systemcharakteristisch ist die fallende Kennlinie der Tetrode in einem endlichen Bereich (Abb. 53 b), die durch Raumladungseffekte zustande kommt. Ähnliche Kennlinien findet man z.B. auch bei Tunneldioden. Wird der Systemzustand bei A bzw. C eingestellt, so wird das System hier stabil sein; eine differentielle Störung führt das System zurück ins Gleichgewicht. Im Zustand B liegt hingegen ein instabiler Gleichgewichtszustand vor. Eine Vergrößerung der Spannung u an der Tetrode führt zu einer Verringerung der Stromstärke i_a, dies führt zu einer Verringerung des Spannungsabfalls am Arbeitswiderstand, wodurch die Spannung an der Tetrode weiter steigt ("Kettenreaktion").
Das System entspricht dem mechanischen Beispiel des Oszillators mit Verstellkraft in 3.5.1.2. Die mathematische Formulierung führt auf eine verwandte Systemgleichung.

(96) Kirchhoff'sche Regeln: $i = i_a + C\cdot\frac{du}{dt}$; $L\frac{di}{dt} + Ri = U_B - u$;

(97) $L\cdot C\cdot\frac{d^2u}{dt^2} + \left[R\cdot C + \frac{di_a}{du}\right]\cdot\frac{du}{dt} + u + Ri_a = U_B$;

Die Gleichgewichtszustände liegen bei $\dot{u} = 0$; $\ddot{u} = 0$; hieraus ergibt sich:

(98) $u + Ri_a = U_B$; (Arbeitsgerade)

$u = U_o + U_1$; mit $U_1 \ll U_o$; $i_a = i_o - S_o\cdot U_1$;

mit $S_o = -f'(U_o)$;

(99) $L\cdot C\cdot\ddot{U}_1 + (R\cdot C - L\cdot S_o)\cdot\dot{U}_1 + (1 - R\cdot S_o)\cdot U_1 = 0$

Obiges System (99) entspricht der Differentialgleichung (73).

(73) $\ddot{x} + 2\cdot\delta\dot{x} + \frac{c}{I}x = 0$;

Die Lösungen von (99) ergeben sich somit analog zu (73):

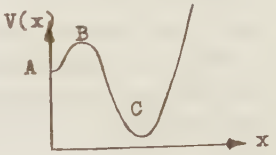
Für $1 - R\,S_o > 0$ liegt ein System mit Rückstellkraft vor,

für $1 - R\,S_o < 0$ erhält man ein System mit Verstellkraft.

Zudem kann man hier die Fälle positiver (für $R\,C - L\,S_o > 0$) und negativer (für $R\,C - L\,S_o < 0$) "Reibung" wiedererkennen.

Die Potentialverhältnisse würden bei einem mechanischen Analagon dem in Abb. 54 dargestellten Fall entsprechen / 48 /.

Abb. 54 Mechanisches Analogon zum Potential beim Dynatron-generator.



Elemente mit fallender Kennlinie (negative Widerstände) werden in der Elektrotechnik häufig zur Verstärkung von Signalen, als Regel- und Speicherelemente verwendet. Gerade Speicherelemente müssen den an ein metastabiles System gestellten Forderungen genügen: die Daten müssen stabil gespeichert werden, sollen aber durch eine endliche Systemstörung abrufbar sein.

3.5.3.2 Stabilitätsverhalten von Systemen bei Variation des Systemparameters

Bei der Beispielgruppe werden Systeme beschrieben, bei denen eine m e ß b a r e V e r ä n d e r u n g eines Systemparameters aus einer stabilen in eine instabile Systemlage führen kann.
Charakteristisch für diese Systeme ist der sog. kritische Systemparameter Θ_c, bei dem die Instabilität eintritt. Testet man bei endlicher, kontinuierlicher Änderung des Systemparameters die Systemreaktion jeweils mit Hilfe eines kleinen Eingangsimpulses(gemäß Abb. 34b), so kann die Frage nach dem Stabilitätszustand eines Systems beantwortet werden. Zeigt ein zunächst stabiles System bei Überschreitung des kritischen Punktes Θ_c instabiles Verhalten, so wird das System wiederum als m e t a s t a b i l bezeichnet.

- Obiger Definition entsprechen z.B. S y s t e m e m i t S t o ß i o n i s a t i o n . Der variable Systemparameter sei die an einem Entladungsgefäß(z.B. Zählrohr)

angelegte Spannung. Erzeugt man durch ionisierende Strahlung im Füllgas Ionen (kleine Störung), so sind bei zunehmender Spannung bekanntlich drei Bereiche zu unterscheiden : die unselbständige Gasentladung(Ionisationskammerbereich), der sog. Proportionalitätsbereich und der sog. Auslösebereich (selbständige Gasentladung bei nichtselbstlöschenden Zählrohren). Im Auslösebereich löst sich der Prozeß nach dem Störimpuls von der Entstehungsursache, das System reagiert typisch instabil. Das Systemverhalten deckt sich mit den in Abb. 34b dargestellten metastabilen Reaktionen.
Analog verlaufen Prozesse bei B o g e n e n t l a d u n g e n , bei denen der Systemparameter Spannung stetig vergrößert wird. Nach dem Zündungsvorgang(Überschreiten des kritischen Parameters " Zündspannung " U_Z) werden zusätzliche Elektronen durch Erhitzung der Kathode befreit, der Strom steigt somit selbständig an. Der Prozeß löst sich von der Entstehungsursache, das Anliegen der vollen Spannung U_Z ist für die Systemreaktion nicht mehr notwendig; sie kann durch eine Erniedrigung auf $U_Z > U > U_B$ (U_B: Brennspannung) auch nicht gestoppt werden.

- Schließlich seien noch einige Beispiele aus der großen Systemgruppe der P h a s e n ü b e r g ä n g e angeführt. Weitere Beispiele können durch den Transfer des Phasenübergangsmodells induziert werden. Besonders aktuell ist die Übertragung des Modells in die Biologie, wo Erscheinungen wie Nervenleitung, Muskelkontraktion usw. mit Hilfe von Phasenübergangsmodellen beschrieben werden können / 49 / . Als gemeinsamer Aspekt ist jeweils die Divergenz der Responseeigenschaften der Systeme in der Umgebung eines kritischen Punktes feststellbar. Dies ist gerade Ausdruck für die Instabilität des Systems. Stellvertretend sei hier der Übergang Ferromagnet - Paramagnet angedeutet : Ferromagnete stellen metastabile Systeme im Sinne der eingangs gegebenen Definition dar. Befindet sich die Substanz bei einer Temperatur $T > T_C$ (T_C : Curietemperatur), so reagiert das System auf kleine Störungen δH (Magnetfeld) mit kleiner Magnetisierung δM. Senkt man jedoch den Systemparameter Temperatur unter den kritischen Wert T_C, so reagiert das

System instabil auf Störungen δH. Eine Magnetfeldstörung δH führt dann zu einer Magnetisierung $M' \gg \delta M$ der Substanz, die durch die spontane Magnetisierung bedingt wird (Selbstverstärkungseffekt durch Eigenfeld).
Beim Phasenübergang Ferroelektrizität - Paraelektrizität liegt ebenfalls ein metastabiles System vor, bei dem eine stabile Zone abgelöst wird von einer unter gewissen Bedingungen instabilen, in der die sog. Polarisationskatastrophe auftritt / 50 /. Ursache für den Effekt ist, daß das von der Polarisation hervorgerufene, lokale elektrische Feld schneller zunimmt als die elastische Rückstellkraft für ein Ion im Kristall, sofern der Systemparameter Temperatur die Grenztemperatur T_C unterschreitet. Die asymmetrische Verschiebung der Ionen wird durch Rückstellkräfte höherer Ordnung auf eine endliche Verlagerung beschränkt. In der Umgebung der kritischen Temperatur T_C kommt es zu einem starken Anwachsen der Dielektrizitätskonstante $\varepsilon \propto (T - T_c)^{-1}$ und damit zu einem starken Response in der Polarisierung auf ein angelegtes kleines Störfeld δE.
Diese Phasenübergänge erfolgen jeweils im thermischen Gleichgewicht.

Bei einer weiteren Gruppe metastabiler Systeme erfolgt der Übergang vom Stabilitätsgebiet in das Instabilitätsgebiet fernab vom thermodynamischen Gleichgewicht, er wird von Transportvorgängen begleitet. Beispiele hierfür sind : Energiefluß durch einen Laser / 48 /, Wärmeströmung durch eine Flüssigkeit /49,52/, Flüssigkeitsströmung durch ein Rohr / 52 /, Plasmainstabilitäten /43 /, Gunninstabilität / 48 /, chemische Reaktionen.
In all diesen Fällen ändert sich bei einem bestimmten Wert des eingestellten Systemparameters der Prozeßmechanismus.
Zunächst seien die Verhältnisse bei einem Laser angedeutet. Ein Laser ist ein dissipatives System, dem ständig Energie von außen zugeführt werden muß (Pumpen des Lasers). Für kleine Pumpraten steigt die Lichtintensität wenig an, kleine Störungen des Systemparameters Pumpintensität bewirken kleine Reaktionen des Lasersystems (inkohärente Strahlung). Wird eine Schwelle überschritten, so wird das System instabil; kleine Änderungen

der Pumpintensität können zu einem Kippen des Systems führen : die Populationsinversion ist erreicht und die erzwungene Emission kann beginnen (eine mathematische Auswertung findet man bei H.Haken / 48, 51 /).
Nunmehr werden weitere Instabilitäten genannt, die in dissipativen Systemen nach Variation eines Systemparameters auftreten. Dissipative Systeme sind also jene, bei denen durch Materie- oder Energiefluß der Nichtgleichgewichtszustand ständig aufrecht erhalten wird.
Prigogine und Mitarbeiter / 52 / entwickelten für solche Systeme Stabilitätskriterien. Die Kriterien besitzen in der Nähe stationärer Zustände bei konstanten Flüssen Gültigkeit, sie sind jedoch nicht auf die Nähe des thermodynamischen Gleichgewichts beschränkt. Existieren bei einer Substanz Gebiete mit stabilem und instabilem Verhalten, so wird das System wiederum als metastabil bezeichnet. Beispiele für solche Systeme sind im folgenden Abschnitt kurz notiert:

a) Flüssigkeitsströmung durch ein Rohr

Die Strömung kann je nach Druckdifferenz Δp zwischen den Rohrenden laminar oder turbulent sein. Für $\Delta p < \Delta p_c$ liegt nur laminare Strömung vor, der Prozeßmechanismus ist stabil. Für $\Delta p > \Delta p_c$ wird die laminare Strömung turbulent, der Prozeßmechanismus wird vollkommen geändert, der anfängliche wurde also instabil.
Bei einem unterhalb Δp_c liegenden Druckunterschied führt eine lokale, kleine Druckstörung δp zu einer Geschwindigkeitszunahme, wodurch in einer inkompressiblen Flüssigkeit die Druckstörung abgebaut wird. Die Strömung bleibt laminar, der Strömungsmechanismus ist stabil.
Variiert man nun die äußere Druckdifferenz (Systemparameter) Δp kontinuierlich bis in den kritischen Bereich Δp_c , so kann eine lokale, kleine Druckschwankung δp zu einer lokalen Turbulenz führen. Diese führt zu einer Abnahme der lokalen Geschwindigkeit, dies wiederum führt zu einem Anwachsen und zur Ausbreitung der Druckerhöhung. Die zunächst laminare Strömung wird insgesamt turbulent. Der Strömungsmechanismus ändert sich also. Das System reagiert im Sinne der gegebenen Definition metastabil.

b) Wärmeströmung in Flüssigkeiten

Wird eine horizontale Flüssigkeitsschicht von unten her beheizt, so findet bei einem Temperaturunterschied $\Delta T < \Delta T_c$ (Systemparameter) eine homogene Wärmeleitung durch Impulstransport statt. Für $\Delta T > \Delta T_c$ ändert sich der Wärmeströmungsmechanismus, es setzt eine räumlich geordnete Konvektionsbewegung ein. Für $\Delta T < \Delta T_c$ (Mechanismus "Wärmeleitung" ist stabil) führt eine lokale Temperaturerhöhung δT (Störimpuls) zu einer lokalen Impulszunahme. Dadurch wird die auslösende Temperaturschwankung abgebaut. Das System reagiert stabil, die Wärmeströmung erfolgt weiterhin durch Wärmeleitung. Befindet sich das System jedoch im kritischen Bereich $\Delta T \approx \Delta T_c$, so kann durch eine lokale Temperaturschwankung δT der kritische Wert überschritten werden; wegen der Konvektionsbewegung der Teilchen kommt es nunmehr zu einer Impulserniedrigung. Dies führt zu einer lokalen Abnahme der Geschwindigkeit der Teilchen, damit zu einer weiteren Zunahme der Temperaturdifferenz und somit zu weiterer Ausdehnung des Gebietes, indem die Wärmeströmung durch Konvektion erfolgt (der neue Mechanismus "setzt sich durch"). Das System löst sich von seiner Entstehungsursache(δT) und ändert durch Selbstverstärkung den Prozeßmechanismus ("Phasenwechsel").

c) Chemische Reaktionen

In der chemischen Thermodynamik werden Kriterien dafür festgelegt, wann eine chemische Reaktion von selbst vor sich geht. Eine rein systemabhängige "Triebkraft", die eine chemische Reaktion beeinflußt, wird durch die Gibbsche freie Enthalpie G beschrieben. Ein Vorgang läuft dann von selbst ab, wenn der Ausgangszustand instabil ist; hierbei ist $\Delta G < 0$; ist jedoch $\Delta G = 0$, so existieren Anfangs- und Endzustand (indifferent) nebeneinander, ohne daß im Gesamteffekt eine Veränderung zu beobachten wäre; für $\Delta G > 0$ kann die Reaktion hingegen nicht von selbst eintreten, das System ist stabil. Die freie Enthalpieänderung ΔG gibt aber nur an, ob ein Vorgang möglich ist oder nicht. Sie beinhaltet keine Aussage über die Reaktivität eines Systems. Ein theoretisch instabiles System kann durch ein

zu niedrige Reaktionsgeschwindigkeit praktisch stabil sein. Viele Reaktionen können erst nach Überschreiten einer Energieschwelle ablaufen. Eine Reaktion läuft gemäß der empirischen Arrheniusgleichung umso schneller ab, je kleiner die zu überwindende Aktivierungsenergie ist; d.h. Teilchen, deren Energie die Schwelle übersteigen, vermögen bei einem Zusammenstoß zu reagieren. Der energetische Ablauf einer Reaktion ist in Abb. 55 dargestellt.

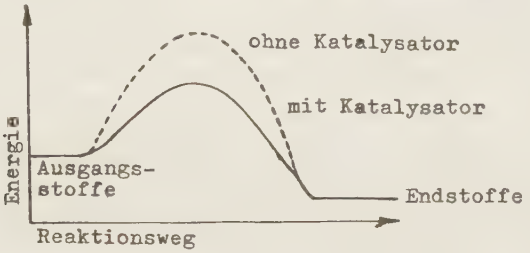


Abb. 55 Energiediagramm einer chemischen Reaktion.

Eine Reaktion kann, wie einleitend angemerkt wurde, auf zwei Arten in Gang gesetzt werden: durch Energiezufuhr an die Teilchen (Störung der Systemgröße) oder durch Erniedrigung der Aktivierungsenergie (Störung der Systemparameter) durch geeignete Katalysatoren (Abb. 55).
Ein konkretes Beispiel für ein metastabiles System stellt die Knallgasreaktion bei Zimmertemperatur dar. Obwohl $\Delta G < 0$ (instabiles System), bleibt die Reaktionsgeschwindigkeit wegen der großen Aktivierungsenergie sehr klein. Die theoretisch instabile Mischung H_2/O_2 scheint also stabil zu sein; da eine Reaktion durch Zufuhr von Aktivierungsenergie in Gang gesetzt werden kann, reagiert das System typisch metastabil. Im Gegensatz dazu würde bei stabilen Systemen eine Aktivierung keine Erhöhung der Reaktionsgeschwindigkeit bewirken.

d) Plasmainstabilitäten

Bei diesen Systemen wird die Entscheidung über Stabilität bzw. Instabilität mit Hilfe der sogenannten Dispersionsrelationen getroffen / 43 /. Lokal entstehende Störungen

können zu Instabilitäten führen, die sich in Form einer sich selbst verstärkenden Welle oder durch einen Strömungsvorgang ausbreiten können. Die Ursache hierfür ist, daß ein Plasma im Einschluß nicht in dem durch ein Energieminimum ausgezeichneten, thermodynamischen Gleichgewicht vorliegt; somit steht Energie zur Anstrebung von Gleichgewichtslagen zur Verfügung. Bei diesen komplexen Systemen sollte der instabile Ausgangszustand durch Variation der Systemparameter stabilisiert werden.

Da viele theoretisch vorausgesagte Instabilitäten / 43 / bis heute noch nicht identifiziert wurden, soll die Diskussion auf einige bekannte Instabilitäten beschränkt und Möglichkeiten angegeben werden, Systeme durch Veränderung entsprechender Parameter zu stabilisieren.

Bei den Strömungsinstabilitäten im Plasma liegen ähnliche Verhältnisse wie bei den beschriebenen Instabilitäten der Strömungsmechanik vor; zusätzlich können noch magnetische Effekte auftreten. Strömungsvorgänge in einem Plasma verlaufen für einen gewissen Bereich der sie charakterisierenden Parameter (z.B. Reynoldszahl) stabil. Außerhalb dieses Bereiches reagieren Strömungen auf kleine Störungen, die physikalischen Größen werden stark (periodisch oder aperiodisch) anwachsende Funktionen der Zeit, das System reagiert instabil / 43 /.

Von praktischem Interesse sind Instabilitäten wie: Umschlag einer laminaren Strömung in eine turbulente bei Überschreitung gewisser kritischer Werte der Reynoldszahl (Abb. 56); thermische Instabilität durch Konvektion, erzeugt durch Heizung vom Rand (der kritische Temperaturgradient kann durch ein geeignetes Magnetfeld erhöht werden); Instabilitäten durch Geschwindigkeitssprünge zwischen zwei Schichten des strömenden Mediums (Kelvin-Helmholtz-Instabilität).

Eine weitergehende Behandlung würde den Rahmen einer gymnasialen Hinführung zu den Problemen der Plasmaphysik sprengen.

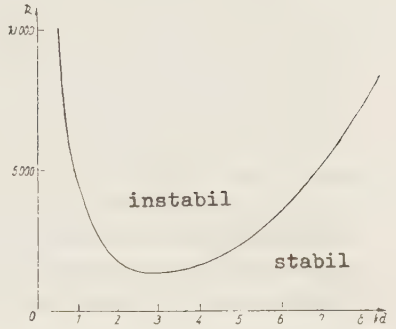


Abb. 56 Stabilitätskurve des Bénard-Problems (für $\cos \vartheta = 1$).

Leichter verständlich sind die bekannten Pinch-Instabilitäten. Sie spielen beim Einschlußproblem eine entscheidende Rolle und sind somit auch für die gymnasiale Physik von aktuellem Interesse. In der Plasmaphysik ist nicht nur die Erzeugung eines Gleichgewichts (magnetohydrostatische Lösung), sondern die eines stabilen Gleichgewichts notwendig. Die Thematik liegt also entgegengesetzt wie bei den Auslösemechanismen aus Energiespeichern: ein zunächst instabiles System sollte durch kontrollierbare Änderung der Systemparameter stabilisiert werden.
Da viele magnetohydrodynamische Gleichgewichte makroskopisch instabil sind, sind Gleichgewichtskonfigurationen präzise nicht realisierbar. Die durch die Störungen bewirkten Kräfte wirken meist nicht im Sinne eines Ausgleichs, sondern im Sinne eines weiteren Anwachsens der Störung. Störungen zerstören somit das instabile Gleichgewicht, (z.B. Kink- und Sausage-Instabilität): Bei der im Z-Pinch auftretenden Kink-Instabilität entsteht die Plasmaeinschnürung durch eine lokale Störung, die durch die besonderen Magnetfeldverhältnisse außerhalb des Plasmas verstärkt wird, der Plasmafaden reißt ab. Diese Instabilität kann durch ein magnetisches Längsfeld, dessen magnetischer Druck die Einschnürung wieder auftreibt, stabilisiert werden.

Die Sausage-Instabilität kommt ebenfalls durch eine lokale Störung zustande, der erhöhte magnetische Druck in der Plasmenkrümmung treibt dieses noch weiter an den Rand.

Diese Instabilität kann durch die Kompression des Vakuummagnetfeldes zwischen dem sich verbiegenden Plasma und einem umhüllenden metallischen Leiter ausgebügelt werden.

Stabilisierungsmöglichkeiten stehen noch im Zentrum heutiger Plasmaforschung und sollten deshalb nicht weiter ausgeführt werden.
Auch in der Astrophysik bei der Sternformation spielen Instabilitäten eine Rolle / 54 /, welche aber hier nicht weiter dargestellt werden.

3.5.4 Fachdidaktische Analyse des Stabilitätsbegriffes

3.5.4.1 Zusammenfassende Bemerkungen zum Stabilitätsverhalten von Systemen und fachdidaktische Auswertung

Jedes (physikalische) System wird durch seine Systemgrößen und Systemparameter festgelegt. Eine Verknüpfung von Systemparametern und Systemgrößen ist vielfach mit Hilfe von Differentialgleichungen, den sogenannten Systemgleichungen, möglich. Hiermit kann die Dynamik eines Systems erfaßt werden.
Kennt man die Systemgrößen und Systemparameter verbindende Differentialgleichung, so kann das System mathematisch diskutiert werden. Zunächst kann man insbesondere lineare mechanische und elektrische zeitabhängige Systeme erfassen und die Zusammenhänge graphisch in der Phasenebene ($\xi,\dot{\xi}$-System) darstellen.
Bei stabilen Systemen sind die Trajektorien in der Phasenebene geschlossen oder konvergieren gegen eine Gleichgewichtslage. Bei instabilen Systemen sind die Trajektorien divergierend.
Besitzt ein System sowohl Gebiete mit konvergierenden oder geschlossenen und divergierenden Trajektorien, so liegt ein **metastabiles System** vor. Diese für viele modernen Anwendungen interessanten Systeme haben mehrere spezifische Kennzeichen:

- Die idealisierte (approximierte) Potentialform besitzt verschiedenes Krümmungsvorzeichen. (Abb. 57)

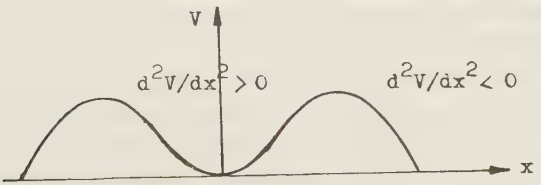


Abb. 57 Krümmungsvorzeichen des metastabilen Potentials

- Es existiert ein Bereich, der vielfach als neutrale (oder marginale) Stabilität / 43 / bezeichnet wird. In diesem Bereich findet das sogenannte 'critical slowing down" (man könnte dies mit "Ruhe vor dem Sturm" übersetzen) statt. Zudem bahnt sich hier ein Symmetriewechsel (z.B. bezüglich der Zeit bei zeitlich periodischen bzw. aperiodischen Lösungen) an.

- Bei endlicher Störung des Systems (Überschreiten der neutralen Stabilitätsgrenze) kommt es zu zeitlich anwachsenden Amplituden des Systemzustandes. Die Systemreaktion wird losgelöst von der Störursache, die Selbstverstärkung findet solange statt, bis das vorhandene Energiereservoir erschöpft ist. Diese"Kettenreaktion" kann durch endliche Störungen nicht mehr angeleitet (kontrolliert) werden.

Diese Kennzeichen sind nun auch charakteristisch für Phasenübergänge (z.B. wenn man in eine übersättigte Lösung einen Kristallkeim bringt, findet eine Kristallisation statt oder wenn man in einem übersättigten Dampf Ionisationskeime erzeugt, so kommt es zu einer Kondensation).

Bei diesen Phasenübergangssystemen liegen also (zumindest) ebenfalls metastabile Systeme vor. Im Unterschied zur vorher behandelten Gruppe nähert man sich hier durch das Verlassen der Normalzustandsebene der instabilen Lage. Ein Auslösen der "Kettenreaktion" erfolgt hier durch eine kleine Teststörung (oder zufällige lokale Störung).

Bei der m a t h e m a t i s c h e n Untersuchung reduziert sich das Problem auf die Diskussion der sogenannten Systemantwortfunktion r . Hierzu wird folgende Behandlung vorgeschlagen:

Um die Reaktion a eines Systems auf eine Störung δs zu überprüfen, wendet man den Störoperator s auf das System an. Die systemspezifischen Eigenschaften stecken in der sogenannten Antwortfunktion r . Man führt also folgende Operation durch:

(100) $a = r \circ s$;

a: Reaktion des Systems
r: Antwortfunktion
s: Störoperator

Die Entscheidung über den Stabilitätsgrad eines Systems kann mit Hilfe von r getroffen werden. Es sollten wiederum die explizit zeitabhängigen und zeitunabhängigen Systeme getrennt diskutiert werden.

a) Bei den zeitabhängigen (linearen) Systemen kommt man mit Hilfe der Fourier-Transformation von der Systemgleichung zur obigen Operatorengleichung (Beispiel in 3.5.4.2). Die Lage der Polstellen von r in Abhängigkeit der Systemparameter erlaubt dann die Entscheidung, welchen Stabilitätsgrad ein System besitzt. Unter der Annahme idealisierter Potentiale sind prinzipiell die in Tab. 10 dargestellten Fälle möglich.

$V(\xi)$	$V'(\xi)$	$V''(\xi)$	r	Lage der Pole	Gleichgewichtszustand
$k\xi^2$ $k>0$	$2k\xi$	$2k$	$(k - m\omega^2)^{-1}$	reell	stabil
$-k\xi^2$ $k>0$	$-2k\xi$	$-2k$	$-(k + m\omega^2)^{-1}$	imaginär	instabil
$k\xi^2$ und $-k\xi^2$	$2k\xi$ und $-2k\xi$	$2k$ und $-2k$	$(k - m\omega^2)^{-1}$ und $-(k + m\omega^2)^{-1}$	reell und imaginär	metastabil

Tab. 10

Bei diesen metastabilen Systemen (sowohl reelle als auch imaginäre Pole in r) führt eine endliche Störung vom stabilen in den instabilen Bereich.

b) Bei explizit zeitunabhängigen Systemen führt nun eine Variation des Systemparameters ein System aus der stabilen in die instabile Zone. Charakteristisch für diese Systeme ist die Existenz eines kritischen Systemparameters; hier tritt eine Polstelle in der Antwortfunktion auf. Übt man an dieser Stelle einen Testpuls auf das System aus, so kippt das System, es reagiert instabil.
Zu diesen Systemen gehört die große Gruppe der Phasenübergänge z.B. Ferromagnetismus-Paramagnetismus, bei dem ein kleines Störfeld δH durch Selbstverstärkungseffekte der

Substanz (Eigenfeld) einen großen Effekt hervorruft. Die Antwortfunktionen gleichen der in Abb. 58 skizzierten.

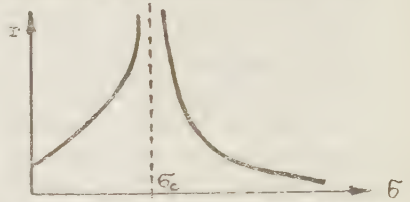


Abb. 58 Typische Antwortfunktion (Variation des Systemparameters).

Mögliche Systemreaktionen sind in Tab. 11 zusammengestellt.

Stabilitätsgrad	Störung der Systemgröße	Störung des Systemparameters
stabiles System	$r \cdot \delta s = \delta a$ $r \cdot \Delta s = \Delta a$	$r_1 \cdot \delta s = \delta a$ $r_2 \cdot \delta s = \Delta a$
instabiles System	$r \cdot \delta s = a'$ $r \cdot \Delta s = a'$	$r_1 \cdot \delta s = a'$ $r_2 \cdot \delta s = a'$
metastabiles System	$r \cdot \delta s = \delta a$ $r \cdot \Delta s = r' \cdot \delta s = a'$	$r_1 \cdot \delta s = \delta a$ $r_2 \cdot \delta s = a'$

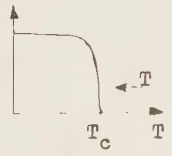
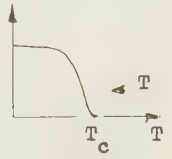
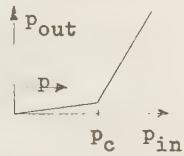
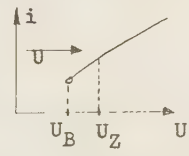
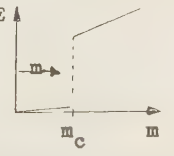
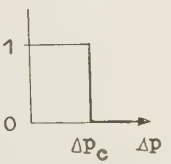
Tab. 11 Mögliche Systemreaktionen

δs: infinitesimale Störung ; Δs: endliche Störung;
r_1: System in stabiler Ausgangssituation;
r_2: System nach meßbarer Veränderung des Systemparameters;
δa: infinitesimale Reaktion; Δa: endliche Reaktion;
a': Überreaktion (z.B. durch Selbstverstärkung).

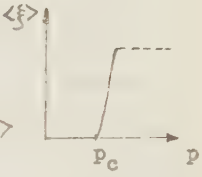
Die Überreaktion eines Systems kann verschiedene Ursachen haben, von denen stellvertretend zwei hier genannt seien:

- Selbstverstärkungseffekte in Systemen (positive Rückkopplung bei Kettenreaktionen, Explosionen, Stoßionisation, Bogenentladung etc.)
- Divergierendes Verhalten der Antwortfunktion im kritischen Bereich.

Abschließend sollen die beiden metastabilen Systeme nochmals vergleichend nebeneinander gestellt werden. Beispiele für die beiden möglichen metastabilen Systemgruppen werden in Tab. 12 und 13 zusammengefaßt.

System	Geänderter Systemparameter	Testpuls (kleine Systemstörung)	Reaktion
Para-Ferromagnet	Temperatur	δH	$a(T>T_c) = \delta M$; $a(T<T_c) = M' \gg \delta M$; 
Ferro-Paraelektrizität	Temperatur	δE	$a(T>T_c) = \delta P$; $a(T<T_c) = P'$; $P' \gg \delta P$ 
Laser	Pumpleistung	δp	$a(p<p_c) = \delta p_{out}$ $a(p>p_c) = p'_{out}$ $P'_{out} \gg \delta p_{out}$ 
Lichtbogen	Spannung	δU	$a(U<U_z) = \delta i = 0$ $a(U>U_z) = i \gg 0$ 
U^{235}	Masse	δn	$a(m<m_c) = \delta E$ $a(m>m_c) = E'$ $E' \gg \delta E$ 
Flüssigkeitsströmung im Rohr	Druckdifferenz an den Rohrenden	δp	$a(\Delta p<\Delta p_c) := 1$ (laminar) $a(\Delta p>\Delta p_c) := 0$ (nicht laminar = turbulent) 

Tab. 12 Metastabile Systeme (Variation des Systemparameters).

System	Systemgröße	Störung der Systemgröße	Reaktion
Winkelheber	$h = \xi$ (z.B. Wasserspiegel im Saugrohr)	$\delta p < p_c$	$a = \delta\langle\xi\rangle$ ($\langle\xi\rangle$:zeitlich gemittelte Systemgröße)
		$\Delta p > p_c$	$a' = \langle\xi\rangle \gg \delta\langle\xi\rangle$ (Abruf von $E = m \cdot g \cdot h$;) 
Körper auf waagrechter Unterlage	x_s (Schwerpunktkoordinate)	$\delta f < f_c$	$a = \delta\langle\xi\rangle$;
		$\Delta f > f_c$	$a' = \langle\xi\rangle \gg \delta\langle\xi\rangle$ (Abruf von $E = m\ g\ h$;)
U^{238}	Ψ	$\delta e < e_c$	Energie im stabilen Kern gespeichert
		$\Delta e > e_c$ (e_c = 3,1MeV)	Kern instabil, gespeicherte Energie (E_f=170 MeV) wird frei.
ZnO(Cu)	Ψ	$\delta e < e_c$	Energie im getrappten Loch stabil gespeichert
		$\Delta e > e_c$ (e_c=190meV)	Loch wird aus Trap befreit, E=3,2 eV werden frei.

Tab. 13 Metastabile Systeme (Störung der Systemgröße)

3.5.4.2 Anwendung auf ein mechanisches System

Die in 3.5.4.1 erarbeiteten Kriterien werden auf ein konkretes Beispiel angewendet. Hierfür wird nochmals das Beispiel des"metastabil gelagerten Seiles" aufgegriffen. Die Systemgrößen und Systemparameter sind: $\xi, \dot{\xi}$, L, g, h, (m, q).

Das Potential ergibt sich zu:

$$(78)\quad V(\xi) = \begin{cases} V_o + \frac{k}{2}\xi^2 \; ; & \text{für } \xi \leqslant h; \quad k = \varsigma \cdot q \cdot g \; ; \\ V_o + k\,h^2 - \frac{k}{2}(\xi - 2h)^2; & \text{für } \xi > h; \end{cases}$$

Das System befinde sich im Ausgangszustand bei $\xi = 0$. Die Systemgleichung wird mit Hilfe der Fouriertransformation algebraisiert. Der Stabilitätsgrad des Systems wird durch die Antwortfunktionen nach erfolgter Störung erfaßt.

(I.) Übt man auf das System einen Störimpuls $\delta f(t)$ (z.B. $\delta f = f_o \delta(t)$) mit $\int \delta f dx = \delta E < \frac{k}{2} h^2$) aus, so bleibt aus Energieerhaltungsgründen $\xi < h$. Das System wird durch die Gleichung (101) beschrieben:

$$(101)\quad \varsigma \cdot q \cdot L \cdot \ddot{\xi} = -\varsigma \cdot q \cdot g \cdot \xi + \delta f; \quad \text{mit } \delta f = f_o \delta(t);$$

$$(102)\quad \ddot{\xi} = -\frac{g}{L}\xi + \frac{\delta f}{\varsigma \cdot q \cdot L} \; ;$$

nach Fouriertransformation:

$$(103)\quad \hat{\xi}_\omega = \frac{1}{\varsigma \cdot q \cdot L} \cdot \frac{1}{\frac{g}{L} - \omega^2} \cdot f_o \; ; \quad \text{ergibt sich:}$$

$$(104)\quad a = r \cdot f_o \quad \text{mit} \quad r = \frac{1}{\varsigma \cdot q \cdot L} \cdot \frac{1}{\frac{g}{L} - \omega^2} \; ;$$

Die Antwortfunktion $r(\omega)$ besitzt reelle Pole; das System reagiert auf obige Störung stabil.

(II.) Übt man auf das System einen Störimpuls $\delta f = f_1 \delta(t)$ mit $\int \delta f dx > \frac{k}{2} h^2$ aus, so unterliegt das System der Gleichung (105):

$$(105)\quad \varsigma \cdot q \cdot L \cdot \ddot{\xi} = k(\xi - 2h) + \delta f; \quad \text{mit } \eta = \xi - 2h;$$

$$(106)\quad \ddot{\eta} = \frac{g}{L}\eta + \frac{\delta f}{\varsigma \cdot q \cdot L} \; ;$$

$$(107)\quad \eta_\omega = \frac{f_1 / (\varsigma \cdot q \cdot L)}{\omega^2 + (g/L)} \; ; \quad \text{ergibt sich: (108) } a = r \cdot f_1;$$

$$\text{mit } r(\omega) = \frac{1}{\varsigma \cdot g \cdot L} \cdot \frac{1}{\omega^2 + (g/L)} \; ;$$

$r(\omega)$ besitzt zwei imaginäre Pole. Dies deutet darauf hin, daß das System instabil werden kann.

Die entsprechenden Lösungen sind entweder aperiodisch abnehmende Funktionen ($Im\omega>0$) oder aperiodisch anwachsende Funktionen ($Im\omega<0$).
Die letzte Entscheidung, welche der Lösungen heranzuziehen ist, liefert der Energiesatz. Gilt:

(1) $\frac{k}{2} h^2 < \int \delta f dx < k\, h^2$, so kommt die aperiodisch abnehmende Funktion zur Anwendung ("critical slowing down")

(2) $\int \delta f dx > k\, h^2$, so kommt die aperiodisch zunehmende Funktion zur Anwendung. Die Amplitude nimmt solange zu, bis das gesamte Energiereservoir erschöpft ist.

3.6 Vorschlag für eine Unterrichtseinheit bzw. Kollegstufenarbeit im Physik-Leistungs- bzw. -Grundkurs zum Thema: "Stabilität von Systemen".

Bisher wurden in der Schulphysik Systeme nur auf mögliche Gleichgewichtszustände untersucht; eine Bewertung der Qualität eines solchen Zustands wurde jedoch bisher nicht vorgenommen.
Ebenso wird die Dynamik der Systeme in der Umgebung stabiler bzw. instabiler Gleichgewichtslagen kaum im Unterricht behandelt.
Gerade dies ist aber wegen der enormen praktischen Bedeutung z.B. bei der Speicherung von Energie und Daten, bei der Steuerung von Systemen und bei der Verstärkung von Signalen notwendig.

Um gerade diese für das Verständnis der technischen Umwelt so wichtigen Phänomene herauszuschälen, sollte sowohl im Grund-, als auch im Leistungskurs Physik des Gymnasiums diese Thematik berührt werden. Hierzu sind vor allem leichtverständliche, jedoch die wesentlichen Aspekte enthaltende Beispiele notwendig.

Hierbei bieten sich zur Durchführung der Idee zwei Möglichkeiten an:

- Themen für Kollegstufenarbeiten wie z.B.:

  "Systeme zur Speicherung von Energie und Daten - Prinzip und Möglichkeiten"

  "Steuerungssysteme in der Physik - Möglichkeiten und Ausblick in andere, naturwissenschaftliche Disziplinen"

  "Verstärkungsmechanismen - Prinzip und Möglichkeiten"

- Unterrichtseinheit im Umfange von zehn Unterrichtsstunden im Leistungskurs bzw. fünf im Grundkurs Physik.

Diese zweite Möglichkeit sollte nun in den Kategorien des üblichen, curricularen Lehrplans skizziert werden. Natürlich muß der Tiefgang der thematischen Behandlung dem Grund- bzw. Leistungskursniveau angepaßt werden.

	Lernziel	Lerninhalt	Unterrichtsverfahren
1	Kennen der Strukturelemente der Physik-Basiskonzepte	Wechselwirkungs-, Teilchen-, Erhaltungskonzept	Verdeutlichung an einer Beispielgruppe (z.B. 3.3) Anwendung der Konzepte
2	Kennen des Basiskonzeptes "Stabilität"	Naive Stabilitätskriterien	Standfestigkeitsprobleme (Schwerpunktsbetrachtungen) Erkennen der Problematik der Metastabilität
		Stabilitätsverhalten bei Störung der Systemgröße	Versuche mit dem Winkelheber zur Verdeutlichung der Speicherwirkung und des Auslösemechanismuses; Stabilität bei Satellitenbahnen, Atomkernen.
		Stabilitätsverhalten bei Variation des Systemparameters	Phasenübergänge (Ferro-Paramagnet, Laser, Bogenentladung); aspekthaft (durch Transfer): Strömungsinstabilitäten, Plasmainstabilitäten, chemische Reaktionen.

Beide Lernziele zielen darauf, dem Schüler den Aspektcharakter der Physik deutlich zu machen. Zwar kommt dieser implizit immer wieder vor, hier wird er dagegen bewußt herausgestellt, gewissermaßen vorrangig vor Faktenwissenvermittlung.

Das Lernziel 1 sollte primär zur Verwirklichung einer Hauptaufgabe heutigen Physikunterrichts dienen. Es sollte die Verzahnung der Teildisziplinen verdeutlichen, Gemeinsamkeiten trotz vieler Unterschiede im Detail herausschälen. Hieraus resultiert dann auch die Chance, Probleme aus verschiedensten Teilbereichen der Physik mit gleichen Lösungsmustern anzupacken.

Als Beispiele bieten sich der Energieerhaltungssatz für das Erhaltungskonzept, das $1/r^2$-Gesetz für das Wechselwirkungskonzept, das Massenpunktmodell für das Teilchenkonzept an.

Das Lernziel 2 sollte speziell dazu beitragen, bei der Untersuchung eines Systems auch die Dimension "Stabilitätsgrad" mitzubehandeln. Hierbei zeigt sich zunächst, daß praktische Systeme oft metastabil sind.

Alle diese Systeme, vom einfachen, z.B. dem Winkelheber, bis zum komplizierten, z.B. einem Uranatom, werden durch gemeinsame Aspekte ausgezeichnet. Diese Aspekte sind zu verdeutlichen wie:

- endliche Störungen können zur Instabilität des zunächst stabilen Systems führen (wichtig für Energie- und Datenspeicherung)
- das System kann sich durch Selbstverstärkung (positive Rückkopplung) von der Entstehungsursache lösen, eine "Kettenreaktion" wird ausgelöst, die solange anhält, bis das Energiereservoir des Systems erschöpft ist (wichtig für Energie- bzw. Datenabruf).

Hat man das Funktionsprinzip des Winkelhebers erkannt, so kann dies zur Vertiefung des Verständnisses der Reaktion z.B. beim Uranatom und der anderen genannten Beispiele beitragen. (Positive eigene Erfahrungen in einem Physik-Grundkurs unterstützen diese These). Gerade die Bereitstellung einfacher Lösungsmuster (Modelle), die auf kompliziertere Systeme transferierbar sind, ist eine Hauptaufgabe der Fachdidaktik, ohne die ein sinnvoller gymnasialer

Physikunterricht nicht möglich wäre.

In der vorliegenden Arbeit wurde das physikalische Konzept der Stabilität als Paradigma zum Verständnis einer Klasse naturwissenschaftlicher Systeme beschrieben, die sich alle durch endliche Störungen zu Verstärkungswirkungen provozieren lassen. Die Methode erlaubt es einerseits, ihrer Phänomenologie und dem traditionellen Schulverständnis nach äußerst verschiedenartige Objekte unter einheitlichen Gesichtspunkten zu betrachten und zu erfassen, andererseits durch ihre Komplexität für den Schulunterricht unhandliche und unüberschaubare Systeme auf ein Format zu vereinfachen, das sowohl dem Fassungsvermögen der Schüler angemessen erscheint als auch der aktuellen Bedeutung dieser Systeme gerecht wird. Zudem kommt der interdisziplinäre Charakter heutiger Naturwissenschaften zum Ausdruck. Anhand einiger verschiedenartiger Beispiele wurde versucht, die Übertragung des Stabilitätsschemas zu konkretisieren.
Es wäre wünschenswert, die hier gemachten Vorschläge, insbesondere die Forderung nach Betonung des "Aspektcharakters" der Physik, wovon die "Stabilität" nur einer von mehreren ist, auch "vor Ort", also in mehreren Schulklassen praktisch zu erproben; hierzu wären allerdings erst weitergehende Überlegungen zur Meßbarkeit des Unterrichtserfolges nötig.

Literaturverzeichnis

/ 1 / Dingle R., Phys.Rev.Let. Vol.23, No.11,pp.579-581

/ 2 / Mollwo E., Müller G., Wagner P., Solid State Commun. 13, No.8, p.1283 (1973)

/ 3 / Wittwer V., Dissertation TU München 1973 ;
Kurzfassung in :
Wittwer V., Luchner K., phys.stat.sol.(a) 25,559(1974)

/ 4 / Riehl N., Journal of Luminescence 12/13, 537 (1976)

/ 5 / Pickelmann L., Dissertation Universität München(1979)

/ 6 / Riehl N., Hrsg.,Einführung in die Lumineszenz, Thiemig (1971)

/ 7 / Hausmann A., Z.Phys.,237, 86-97(1970)

/ 8 / Hahn D., Phys.Kondens.Materie 5, 371(1966)

/ 9 / Hoffmann K., Hahn D., phys.stat.sol.(a) 24, 637(1974)

/ 10 / Mollwo E., Solid State Commun. 13, 8, pp. 1283-1287 (1973)

/ 11 / Skettrup T.,Lidholt L.R., Solid State Commun. 6, p.589(1968)

/ 12 / Helbig R., J.Crystal Growth 15, 25-31(1972)

/ 13 / Baur G.,v.Freydorf E.,Koschel W.H., phys.stat.sol.(a) 21,247(1974)

/ 14 / Baur G.,Wengert R., Wittwer V., phys.stat.sol.(a) 18, 337 (1973)

/ 15 / Parsche H., Diplomarbeit TH München (1967)

/ 16 / Prestele K., Diplomarbeit TH München (1972)

/ 17 / Eisenreich N., Diplomarbeit TU München (1974)

/ 18 / Hopfield J.J., Thomas D.G., J.Phys.Chem.Solids,12 pp.276 - 284(1960)

/ 19 / Müller G., J.Phys.Chem.Solids, 32, pp.1971-1977(1971)

/ 20 / Kammermayer R., Diplomarbeit TU München (1974)

/ 21 / Stenz, Dissertation Universität Erlangen (1966)

/ 22 / Van der Does de Bye J.A.W., Physical Review, 147, 2, pp. 589-599(1966)

/ 23 / Vink A.T., van der Hejden R.L.A., van Amstel A.C., J.of Luminescence 9, pp. 180-211(1974)

/ 24 / Lax M., Physical Review 119, 5, pp.1502-1523(1960)

/ 25 / Levinstein H., Physics Today, Nov.1977

/ 26 / Li, Hagemark K., Journal of Solid State Chemistry 12, pp.371-375
/ 27 / Kammermayer R.,Wittwer V., Eisenreich N., Luchner K., Sol.State Commun. 19, 461(1976)
/ 28 / Kuhn W., Vorträge bei der Frühjahrstagung der DPG, 1974, Giessen(1975)
/ 29 / Jung W., Fachbeiträge zur Didaktik der Physik, Frankfurt-Berlin-Bonn-München, Diesterweg(1970)
/ 30 / Nachtigall D., PhuD 1, 29-49(1975)
/ 31 / Koblenzer Physikcurriculum, kommentiert in : Kuhn W., Vorträge bei der Frühjahrstagung der DPG 1974, Giessen 1975
/ 32 / Maier-Leibniz H., DFG-Mitteilungen 4, S.3(1976)
/ 33 / Spreckelson K., Lehrgang naturwissenschaftlicher Unterricht in der Grundschule, Frankfurt-Berlin-Bonn-München, Diesterweg(1971)
/ 34 / Wagenschein M., Die pädagogische Dimension der Physik, Braunschweig, Westermann(1962)
/ 35 / Science Improvement Study(SCIS) Elementary Source Book, University of California(1968)
/ 36 / Luchner K.,Parsche H., PhuD 1, 72-76(1977)
/ 37 / Hund F., Das Naturbild der Physik, Jülich(1975)
/ 38 / Jodl H.J., Felder, Wiesbaden, Akadem. Verlagsges.(1976)
/ 39 / Hamel G., Theor. Mechanik, Berlin-Göttingen-Heidelberg(1949)
/ 40 / Cramer-Weidmann, Physik, Bamberg, Buchner Vrlg.(1961)
/ 41 / Gerthsen, Physik, Berlin-Göttingen-Heidelberg-New York,Springer Verlag(1964)
/ 42 / Andronow A.A., Witt A.A., Chaikin S.E., Theorie der Schwingungen Teil I, Berlin (1965)
/ 43 / Cap F., Einführung in die Plasmaphysik I,II,III, (1970, 1972, 1972) , Vieweg, WTB
/ 44 / Becker, Theorie der Wärme, Berlin-Heidelberg-New York, (1966)
/ 45 / Christen H.R., Grundlagen der allgemeinen und anorganischen Chemie, Frankfurt(1973)
/ 46 / Mayer-Kuckuck, Physik der Atomkerne, Stuttgart, Teubner Verlag(1970)
/ 47 / Süßmann G.,Fiebiger N., Atome-Kerne-Elementarteilchen, Frankfurt(1973)

/ 48 / Haken H., Synergetics, Stuttgart (1973)
/ 49 / Stierstadt K., Phys.Blätter 7(1978)
/ 50 / Kittel Ch., Einführung in die Festkörperphysik, München, Oldenbourg Verl.(1969)
/ 51 / Haken H., Synergetics, Berlin-Heidelberg-New York (1977)
/ 52 / Stierstadt K., Phys. Blätter 8(1978)

An erster Stelle möchte ich mich sehr herzlich bei meinem "Doktorvater", Herrn Prof. Dr. Luchner bedanken, nicht nur für die Überlassung des interessanten Themas und der Institutsmittel, sondern vor allem für die jederzeit mögliche, intensive Betreuung mit vielen anregenden fachlichen und fachdidaktischen Diskussionen und Ratschlägen.

Herrn Dr. Wittwer (von der Fraunhofer-Gesellschaft in Freiburg i.Br.) schulde ich Dank für die Bereitstellung der Kristalle,des Kryostaten und für viele wertvolle fachliche Gespräche.

Impulsive Anregungen erhielt ich von den Mitgliedern der Gruppe Luchner, insbesondere von Prof. Dr. Micklitz, Dipl.phys. L. Pickelmann und Dipl.phys. N. Eisenreich.

Schließlich möchte ich mich bei Herrn Feinmechanikermeister Brandl für die freundschaftliche Zusammenarbeit und die intensive Unterstützung bedanken.

L E B E N S L A U F

21. 10. 1949	Geburt in Pfarrkirchen als zweiter Sohn der Amtsgerichtsdirektorseheleute Max Kammermayer und Ehefrau Rita, geb. Göb.
1955 - 1959	Besuch der Volksschule in Viechtach
1959 - 1968	Besuch des math.-nat. Gymnasiums in Cham
1968	Abiturprüfung
1968 - 1974	Physikstudium an der TU München
1969	Vordiplomprüfung I. Teil
1970	Vordiplomprüfung II. Teil
1973	Beginn der Hauptdiplomprüfung, anschließend Durchführung der Diplomarbeit bei Professor Luchner am Institut E14 des Physikdepartments der TU München
1974 - 1976	Referendarzeit am Gymnasium (Teil I und III am Hofmiller-Gymnasium Freising, Teil II am Christoph-Scheiner-Gymnasium Ingolstadt)
1976	Ablegung der Pädagogischen Prüfung für das Lehramt an Gymnasien
1974 - 1979	Durchführung der Doktorarbeit am Lehrstuhl für Didaktik der Physik an der Sektion Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München
Sept. 1976	Ernennung zum Studienrat z.A. und Versetzung an das Christoph-Scheiner-Gymnasium Ingolstadt
Jan. 1979	Ernennung zum Studienrat
15. 2. 1979	Abordnung an das Bayerische Staatsministerium für Unterricht und Kultus (Ref. A4).